

VYJÁDŘENÍ ROVINY V PROSTORU

- parametrická rovnice roviny (parametrické vyjádření roviny), obecná rovnice roviny, úsekový tvar rovnice roviny
1. Napište parametrické vyjádření roviny určené body:
 - a) $A[1; 3; -1], B[2; 3; 3], C[-2; -5; -7]$ b) $A[-1; -1; 0], B[1; 1; 2], C[2; 2; 3]$
 - c) $A[2; -3; 5], B[1; 0; -4], C[0; 2; 7]$ d) $A[1; 1; 0], B[2; 2; 1], C[0; 0; 0]$
 2. Napište parametrické vyjádření roviny určené body $A[1; 0; 3], B[-2; 3; 0], C[-3; -2; 4]$ a zjistěte, zda v rovině ABC leží bod $L[0; 1; 2]$.
 3. Rozhodněte, které z bodů $A[1; 2; 3], B[2; 3; 0], C[4; -7; 3]$ leží v rovině dané parametrickým vyjádřením $x = 2 - t + s, y = -1 + t - 2s, z = 3 + 2t - s, t, s \in \mathbf{R}$.
 4. Určete souřadnice a_1, b_2, c_3 bodů $A[a_1; -3; 7], B[0; b_2; 2], C[-2; 2; c_3]$ tak, aby uvedené body ležely v rovině dané parametrickým vyjádřením: $x = 1 + 4t - 2s, y = -3t + s, z = -2 - 5t - s, t, s \in \mathbf{R}$.
 5. Napište parametrické vyjádření roviny dané
 - a) bodem $M[3; 2; -1]$ a přímkou, která má parametrické vyjádření $x = 2 - t, y = 3 + 2t, z = -t, t \in \mathbf{R}$.
 - b) bodem $M[-3; 1; -3]$ a přímkou, která má parametrické vyjádření $x = 1 - t, y = t, z = -2 + 3t, t \in \mathbf{R}$.
 6. V soustavě souřadnic v prostoru je umístěn pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$ tak, že $D[0; 0; 0], A[4; 0; 0], B[4; 4; 0], V[2; 2; 6]$. Napište parametrické rovnice roviny
 - a) $\leftrightarrow ABC$ b) $\leftrightarrow BCV$ c) $\leftrightarrow ACV$ d) $\leftrightarrow CDV$
 7. Rovina má parametrické vyjádření:
 - a) $x = 3 - 3t - 3s, y = -7t, z = 5s, t, s \in \mathbf{R}$ b) $x = 2t + 2s, y = 6 + 6t, z = 9s, t, s \in \mathbf{R}$
 Určete průsečíky s osami souřadnic x, y, z .
 8. Určete číslo a tak, aby bod A ležel v rovině dané parametrickým vyjádřením $x = 3 - t + s, y = t + 2s, z = -1 + t + as, t, s \in \mathbf{R}$, je-li:
 - a) $A[0; 0; 0]$ b) $A[6; 0; 2]$ c) $A[8; 1; 4]$
 9. Napište parametrické rovnice souřadné roviny:
 - a) $\leftrightarrow xz$ b) $\leftrightarrow yz$ c) $\leftrightarrow xy$
 10. Zjistěte, zda body A, B, C, D leží v jedné rovině:
 - a) $A[0; 1; -1], B[0; 3; -2], C[1; 6; -2], D[2; 1; 3]$ b) $A[1; 2; 3], B[-1; 3; 1], C[0; 1; -1], D[-1; 1; -2]$
 - c) $A[-2; 1; 2], B[3; -3; 1], C[3; 0; 3], D[1; -2; 1]$ d) $A[2; 5; 1], B[1; -6; 3], C[0; 1; -1], D[-1; 1; -2]$
 11. Zjistěte, zda bod B leží v rovině určené bodem A a přímkou p :
 - a) $B[6; -2; 5], A[3; -1; 2], p : x = 3 + 2t, y = 2 - t, z = 1 + t, t \in \mathbf{R}$
 - b) $B[3; 5; -2; 3], A[0; -1; 3], p : x = 3 - 2t, y = -2 + t, z = 4 - 3t, t \in \mathbf{R}$.
 12. Napište parametrické vyjádření roviny β , která prochází body $A[1; 0; 2], B[2; 1; 4]$ a je rovnoběžná
 - a) s osou x b) s osou y c) s osou z .
 13. Rovina je zadána parametrickými rovnicemi. Určete její průsečíky s osami soustavy souřadnic:
 - a) $\alpha : x = 2 - 2t - 2s, y = -3t, z = 5s, t, s \in \mathbf{R}$ b) $\alpha : x = t + s, y = 3 - 3t, z = 2s, t, s \in \mathbf{R}$
 14. Dokažte, že body $A[-2; -1; -6], B[0; 1; 6], C[1; -2; 0]$ určují rovinu a napište její parametrické rovnice.
 - a) Rozhodněte, zda body $M[-2; -4; -15], N[3; -2; -6]$ leží v rovině ABC
 - b) Vypočítejte zbývající souřadnice bodů $K[2; -1; ?], L[?; 2; 4]$, aby ležely v rovině ABC .
 - c) Určete průsečíky roviny ABC s osami souřadnic x, y, z .
 15. Určete číslo m tak, aby bod B ležel v rovině dané parametrickými rovnicemi:

$$x = 3 + t - s, y = 2t + s, z = -1 + at + s, t, s \in \mathbf{R}, \text{ je-li:}$$
 - a) $B[0; 0; 0]$ b) $B[2; 0; 6]$ c) $B[4; 1; 8]$
 16. Rovina β je dána parametrickým vyjádřením $\beta = [1 + t + s; 2 + 3t - s; 5t + s], t, s \in \mathbf{R}$. Vypočítejte průsečíky roviny β se souřadnicovými osami.
 17. Zjistěte tři body v rovině dané obecnou rovnicí $2x + y + 3z - 2 = 0$, které tuto rovinu jednoznačně určují.
 18. Rozhodněte, zda body $A[3; 2; 1], B[0; -1; -8], C[2; 0; -7], D[-13; 17; 14]$ leží v rovině dané obecnou rovnicí $2x + 3y - z - 11 = 0$.
 19. Určete číslo d tak, aby rovina $3x - 5y + 2z + d = 0$ obsahovala bod $A[7; 6; -2]$.
 20. Napište obecnou rovnici roviny procházející body:
 - a) $A[2; -1; 0], B[-1; 2; 3], C[-2; -3; 1]$ b) $A[4; 1; -3], B[-1; -1; -6], C[6; -3; 2]$
 - c) $A[3; -1; 1], B[0; 0; 0], C[-2; 1; 5]$ d) $A[3; 0; 0], B[0; 3; 0], C[0; 0; 3]$
 21. Napište obecnou rovnici roviny, která má parametrické vyjádření

$$x = 1 - t + 3s, y = 3 - 2t - s, z = -3 - t + s, t, s \in \mathbf{R}.$$
 22. Jakou obecnou rovnici má rovina, jejíž parametrické vyjádření je $x = -1 + 2t, y = -4t + 2s, z = 3 - 2t, t, s \in \mathbf{R}$.

23. Určete obecnou rovnici souřadných rovin: a) $\leftrightarrow xy$ b) $\leftrightarrow yz$ c) $\leftrightarrow xz$.
24. Určete obecnou rovnici roviny, která má parametrické vyjádření $x = 3 - t + 2s, y = 2t - 4s, z = -5 - 3t + s, t, s \in \mathbf{R}$. Rozhodněte, zda je tato rovina rovnoběžná s některou souřadnicovou osou.
25. Napište obecnou rovnici roviny α , která prochází body $K[-4; -2; 3], L[1; 2; 7]$
a) je rovnoběžná a) s osou x b) s osou y c) s osou z .
26. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $M[7; 9; -3]$ a je rovnoběžná s rovinou určenou souřadnicovými osami x, z .
27. Napište obecnou rovnici roviny β , která prochází bodem $A[3; -5; 7]$ a je kolmá k vektoru $\vec{n} = (1; -3; 1)$.
28. Napište obecnou rovnici roviny α , která prochází bodem $B[2; 2; 4]$ a je kolmá k přímce dané parametrickými rovnicemi $x = t, y = 1 - 2t, z = 1 - t, t \in \mathbf{R}$.
29. Určete souřadnice průsečíků roviny dané obecnou rovnicí $x + 3y - 2z + 4 = 0$ s osami soustavy souřadnic.
30. Napište obecnou rovnici roviny α , která je určena bodem $A[2; -3; 1]$ a přímkou mající parametrické vyjádření $p: x = 2t, y = -2 + 3t, z = 1 + t, t \in \mathbf{R}$.
31. Rozhodněte, zda dané tři body určují rovinu. V případě, že rovinu určují, určete její obecnou rovnici a vypočítejte souřadnice průsečíků roviny s osami souřadnic.
a) $A[3; 3; 3], B[-3; 1; 5], C[4; 0; 4]$ b) $A[-1; -3; 1], B[0; 1; 1], C[5; 5; -4]$
c) $A[-3; 2; 1], B[2; 1; 0], C[-8; 3; 2]$ d) $A[0; 0; 0], B[2; -2; 1], C[-6; -5; -3]$
32. Dokažte, že přímka p a bod A určují rovinu α . Napište její obecnou rovnici.
a) $p = \{[3 + t; -2 - t; 4 - 2t], t \in \mathbf{R}\}, A[5; -1; 0]$ b) $p: x = 2, y = 5, z = k, k \in \mathbf{R}, A[0; 2; 0]$
c) $p = \{[1 + s; 2 + 2s; 0], s \in \mathbf{R}\}, A[1; -2; 3]$
33. Dokažte, že přímky p, q určují rovinu.
Napište její obecnou rovnici. $p: x = 1, y = 2 - t, z = 0, t \in \mathbf{R}, q: x = 3, y = 1 - k, z = -2, k \in \mathbf{R}$.
34. Dokažte, že přímky p, q určují rovinu. Napište její obecnou rovnici. $p = \{[2 + t; 1 - t; 3 + 2t], t \in \mathbf{R}\}, q = \{[1 - s; s; 1 - 2s], s \in \mathbf{R}\}$.
35. Je dána rovina $\varphi: x = -1 + 2k + 2s, y = 2 - 3k + 2s, z = 1 + k - 4s, k, s \in \mathbf{R}$. Určete její obecnou rovnici.
36. Přímka $p = \{[2 - 2t; -1 + t; 4], t \in \mathbf{R}\}$ je kolmá k rovině φ . Rovina prochází bodem $M[-3; 0; 2]$. Napište obecnou rovnici roviny φ .
37. Určete obecnou rovnici roviny α , víte-li, že v rovině leží body $A[5; 4; 3], B[0; 1; -2]$ a rovina je rovnoběžná s osou z .
38. Napište obecnou rovnici roviny β , víte-li, že rovina prochází počátkem soustavy souřadnic, dále bodem $B[-1; -2; -3]$ a je kolmá k souřadnicové rovině dané osami x a y .
39. Napište obecnou rovnici roviny α , která prochází bodem $T[2; 3; 4]$ rovnoběžně se souřadnicovou rovinou určenou osami y a z .
40. Napište obecnou rovnici roviny α , ve které leží body $A[2; -1; -8], B[2; 2; -1]$ a rovina je kolmá k rovině $\varphi: x + 2y - z + 5 = 0$.
41. Kolmicemi sestrojenými z bodu $A[1; -8; 2]$ na roviny $\alpha: -3x + y - 2z + 4 = 0$ a $\beta: x + 2y - z + 2 = 0$ proložte rovinu τ . Určete její obecnou rovnici.
42. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $A[1; 2; 0], B[-1; 0; 2]$ a je rovnoběžná s přímkou zadanou parametricky: $x = 3 - t, y = -3 + 3t, z = 4 - 2t, t \in \mathbf{R}$.
43. Rovina je zadána množinou uspořádaných trojic. Určete obecnou rovnici roviny.
a) $\alpha = \{[1 - t - s; 1 + t + 2s; 1 + s], t, s \in \mathbf{R}\}$ b) $\alpha = \{[1 + t - 2s; -t - s; -2t + s], t, s \in \mathbf{R}\}$
c) $\alpha = \{[1 + t + s; 2 + t + s; s], t, s \in \mathbf{R}\}$ d) $\alpha = \{[1 - t - s; 1 + t + 2s; 1 + s], t, s \in \mathbf{R}\}$
44. Napište obecnou rovnici roviny, která je určena přímkami:
a) $p: x = 1 - t, y = 2 + 2t, z = 3, t \in \mathbf{R}, q: x = 2 + 2s, y = -4s, z = 2, s \in \mathbf{R}$
b) $p: x = 1 - t, y = 2 + 2t, z = 3, t \in \mathbf{R}, q: x = 2 + 2s, y = -4s, z = 2 + 4s, s \in \mathbf{R}$
c) $p: x = -t, y = 2 - 2t, z = 3 - t, t \in \mathbf{R}, q: x = 2 + 2s, y = 4s, z = 2 + 4s, s \in \mathbf{R}$
45. Rovina je dána jako množina bodů, určete obecnou rovnici roviny:
a) $\rho = \{[4 + 4r + 5s; 4r - s; 4 - 12r + 5s], r, s \in \mathbf{R}\}$ b) $\rho = \{[t; s; t + s], t, s \in \mathbf{R}\}$.
46. Rovina je dána obecnou rovnicí, určete některé její parametrické vyjádření. Dále určete úsekový tvar rovnice roviny.
a) $x + y + z = 0$ b) $x - 2y - 3z + 6 = 0$ c) $x + 2y + z + 16 = 0$
d) $5x - 7 = 0$ e) $x - y - 12 = 0$

47. Bodem $U[6; -9; 12]$ vedte rovinu ρ rovnoběžnou s rovinou $\sigma : x - 7y + 3z - 19 = 0$.
48. Napište obecnou rovnici roviny α , víte-li, že rovina α prochází bodem $C[1; 1; 1]$ a $D[1; 2; 3]$ a rovina α je kolmá k souřadnicové rovině dané osami x a y .
49. Napište obecnou rovnici roviny τ , která prochází bodem $T[4; 3; 2]$ rovnoběžně se souřadnicovou rovinou určenou osami x a z .
50. Kolmicemi sestrojenými z bodu $A[-2; 1; 8]$ na roviny $\rho : 3x + y - 2z - 4 = 0$ a $\sigma : x + 2y - z + 5 = 0$ proložte rovinu α . Určete obecnou rovnici roviny α .
51. Napište rovnici roviny v úsekovém tvaru a určete průsečíky s osami souřadnic:
 a) $A[2; 3; 1], B[-1; 2; 3], C[-2; 0; 1]$. b) $2x - y + 3z - 4 = 0$ c) $2x - y + 3z + 6 = 0$.
 d) $x - 3 = 0$ e) $x = 1 - t + s, y = 2 - 3s, z = -1 + 2t + 3s, t, s \in \mathbf{R}$.

ŘEŠENÍ:

1. Parametrických vyjádření roviny je nekonečně mnoho. Parametrické vyjádření roviny je určeno jedním bodem roviny a dvěma směrými lineárně nezávislými vektory roviny. Zadané body určují rovinu, pokud neleží na jedné přímce, tedy pokud směrové vektory z nich vytvořené jsou lineárně nezávislé. Je uvedeno jedno z možných parametrických vyjádření roviny. **a)** $X = A + t\vec{AB} + s\vec{AC}$, tj. $x = 1 + t - 3s, y = 3 - 8s, z = -1 + 4t - 6s, t, s \in \mathbf{R}$ **b)** Vektory, vytvořené ze zadaných bodů jsou lineárně závislé. Body leží na jedné přímce a proto neurčují žádnou rovinu.
c) $X = B + t\vec{BA} + s\vec{BC}$, tj. $x = 1 + t - s, y = -3t + 2s, z = -4 + 9t + 11s, t, s \in \mathbf{R}$. **d)** $X = C + t\vec{CA} + s\vec{CB}$, tj. $x = t + 2s, y = t + 2s, z = s, t, s \in \mathbf{R}$. **2.** $\leftrightarrow ABC : X = A + t\vec{AB} + s\vec{AC}$, tj. $x = 1 + t + 4s, y = -t + 2s, z = 3 + t - s, t, s \in \mathbf{R}$. $L \in \leftrightarrow ABC$. **3.** Body A, C leží v rovině. Bod B v rovině neleží. **4.** $a_1 = \frac{17}{2}, b_2 = \frac{8}{7}, c_3 = 0$
5. Pro parametrické vyjádření roviny potřebujeme znát jeden bod roviny a dva lineárně nezávislé směrové vektory. Jeden směrový vektor je směrovým vektorem zadané přímky, druhý směrový vektor je určen zadaným bodem a bodem zadané přímky.
a) $X = M + t\vec{u}_p + s\vec{AM}$, tj. $x = 3 - t + s, y = 2 + 2t - s, z = -1 - t - s, t, s \in \mathbf{R}$. **b)** $X = A + t\vec{u}_p + s\vec{AM}$, tj. $x = 1 - t + 4s, y = t - s, z = -2 + 3t + s, t, s \in \mathbf{R}$. **6.** Podstavou pravidelného čtyřbokého jehlanu je čtverec. Pomocí soustavy souřadnic určíme souřadnice chybějícího vrcholu C : $C[0; 4; 0]$. **a)** $\leftrightarrow ABC : x = 4 - s, y = t + s, z = 0, t, s \in \mathbf{R}$
b) $\leftrightarrow BCV : x = 4 + t + s, y = 4 + s, z = -3s, t, s \in \mathbf{R}$ **c)** $\leftrightarrow ACV : x = 4 + t + s, y = -t - s, z = -3s, t, s \in \mathbf{R}$ **d)** $\leftrightarrow CDV : x = s, y = 4 + t - s, z = 3s, t, s \in \mathbf{R}$ **7.** Bod, který leží na ose x má souřadnice $P_x[x; 0; 0]$. Bod, který leží na ose y má souřadnice $P_y[0; y; 0]$ a bod ležící na ose z má souřadnice $P_z[0; 0; z]$. **a)** $P_x[3; 0; 0], P_y[0; -7; 0], P_z[0; 0; 5]$
b) $P_x[-2; 0; 0], P_y[0; 6; 0], P_z[0; 0; 9]$ **8.a)** $a = 1$ **b)** $a = 5$ **c)** $a = 4$ **9.a)** $\leftrightarrow xz : x = t, y = 0, z = s, t, s \in \mathbf{R}$ **b)** $\leftrightarrow yz : x = 0, y = t, z = s, t, s \in \mathbf{R}$ **c)** $\leftrightarrow xy : x = t, y = s, z = 0, t, s \in \mathbf{R}$ **10.a)** Body neleží v jedné rovině. **b)** Body neleží v jedné rovině. **c)** Body leží v jedné rovině. **d)** Body neleží v jedné rovině. **11.a)** $\alpha : X = A + t\vec{u}_p + s\vec{AC}$ tj. $x = 3 + 2t, y = -1 - t + 3s, z = 2 + t - s, t, s \in \mathbf{R}$. Bod $B \notin \alpha$. **b)** $\alpha : X = C + t\vec{u}_p + s\vec{AC}$ tj. $x = 3 - 2t + 3s, y = -2 + t - s, z = 4 - 3t + s, t, s \in \mathbf{R}$. Bod $B \in \alpha$. **12.** Je-li rovina rovnoběžná s přímkou, pak směrový vektor přímky je zároveň i směrovým vektorem roviny. Další směrový vektor roviny je určen zadanými body. **a)** $\beta : x = 1 + t + s, y = s, z = 2 + 2s, t, s \in \mathbf{R}$ **b)** $\beta : x = 1 + s, y = t + s, z = 2 + 2s, t, s \in \mathbf{R}$ **c)** $\beta : x = 1 + s, y = s, z = 2 + t + 2s, t, s \in \mathbf{R}$
13.a) $P_x[2; 0; 0], P_y[0; -3; 0], P_z[0; 0; 5]$ **b)** $P_x[1; 0; 0], P_y[0; 3; 0], P_z[0; 0; -2]$ **14.** Body určují rovinu, pokud neleží na jedné přímce tj. pokud vektory z nich vytvořené jsou lineárně nezávislé. Platí: $\vec{AB} = (2; 2; 12), \vec{AC} = (3; -1; 6)$. Vektory jsou lineárně nezávislé a zadané body určují rovinu. Místo směrového vektoru $\vec{AB}$ můžeme vzít i jeho libovolný násobek: $\vec{u} = (1; 1; 6)$. $\leftrightarrow ABC : X = A + t\vec{u} + s\vec{AC}$, tj. $x = -2 + t + 3s, y = -1 + t - s, z = -6 + 6t + 6s, t, s \in \mathbf{R}$
a) $M \in \leftrightarrow ABC, N \notin \leftrightarrow ABC$. **b)** $K[2; -1; 6], L[-\frac{5}{3}; 2; 4]$ **c)** $P_x[-1; 0; 0], P_y[0; -1; 0], P_z[0; 0; 3]$ **15.a)** $a = 1$ **b)** $a = -19$ **c)** $a = 14$ **16.** $P_x[2; 0; 0], P_y[0; 4; 0], P_z[0; 0; -4]$ **17.** Libovolný bod roviny získáme z obecné rovnice roviny tak, že zvolíme dvě souřadnice daného bodu a třetí pomocí nich z obecné rovnice roviny dopočítáme. Kontrola toho, že jsme určili body, které rovinu určují (tj. nezvolili jsme body, které leží na jedné přímce), je, že vektory z těchto bodů vytvořené jsou lineárně nezávislé. Např. body $A[1; 0; 0], B[0; 5; -1], C[0; 2; 0]$. **18.** Body A, C, D leží v zadané rovině, bod B v této rovině neleží. **19.** $d = -3$ **20.a)** $x - y + 2z - 3 = 0$ **b)** $22x - 19y - 24z - 141 = 0$
c) $6x + 17y - z = 0$ **d)** $x + y + z - 3 = 0$ **21.** Z parametrického vyjádření určíme bod a dva směrové vektory, které použijeme k určení normálového vektoru roviny. $3x + 2y - 7z - 30 = 0$. **22.** $x + z - 2 = 0$ **23.a)** $\leftrightarrow xy : z = 0$ **b)** $\leftrightarrow yz : x = 0$ **c)** $\leftrightarrow xz : y = 0$ **24.** $\alpha : 2x + y - 6 = 0$ Je-li rovina rovnoběžná s přímkou, pak platí, že normálový vektor roviny je kolmý na směrový vektor dané přímky, tj. jejich skalární součin je roven nule. Tak zjistíme, že rovina je rovnoběžná s osou z . **25.** Abychom určili normálový vektor roviny, potřebujeme dva lineárně nezávislé směrové vektory. Jeden z nich je směrový vektor přímky, s kterou je rovina rovnoběžná. Další směrový vektor je určen zadanými body. **a)** $y - z + 5 = 0$ **b)** $4x - 5z + 31 = 0$ **c)** $4x - 5y + 6 = 0$ **26.** Rovnoběžné roviny mají stejnou množinu normálových vektorů. $\alpha : y - 9 = 0$. **27.** Zadaný vektor je normálovým vektorem hledané roviny. $\beta : x - 3y + z - 25 = 0$ **28.** Směrový vektor přímky kolmé k dané rovině je normálovým vektorem této roviny. $\alpha : x - 2y - z + 6 = 0$. **29.** $P_x[-4; 0; 0], P_y[0; -\frac{4}{3}; 0], P_z[0; 0; 2]$ **30.** $\alpha : x + 2y - 8z + 12 = 0$ **31.a)** $\alpha : x + 2y + 5z - 24 = 0, P_x[24; 0; 0], P_y[0; 12; 0], P_z[0; 0; \frac{24}{5}]$. **b)** $\alpha : 20x - 5y + 16z - 11 = 0, P_x[\frac{11}{20}; 0; 0], P_y[0; -\frac{11}{5}; 0], P_z[0; 0; \frac{11}{16}]$ **c)** Body neurčují rovinu, leží v jedné přímce. Vektory z nich vytvořené jsou totiž lineárně závislé. **d)** $\alpha : x - 2z = 0, P_x[0; 0; 0], P_z[0; 0; 0]$. Hledáme-li průsečík s osou y , pak najdeme, že jich je nekonečně mnoho. Tedy osa y leží v zadané rovině. **32.** Bod a přímka určují rovinu, pokud daný bod neleží na zadané přímce. **a)** Bod na přímce neleží, určují rovinu. $\alpha : 2x + z - 10 = 0$ **b)** Bod na přímce neleží, určují rovinu. $\alpha : 3x - 2y + 4 = 0$ **c)** Bod leží na přímce, proto bod a přímka rovinu neurčují. **33.** Dvě přímky určují rovinu, pokud jsou rovnoběžné různé nebo různoběžné. Určíme vzájemnou polohu přímek. Přímky jsou rovnoběžné různé. K určení obecné rovnice roviny potřebujeme jeden bod (= libovolný bod jedné z rovnoběžek) a dva lineárně nezávislé směrové vektory. Jedním z vektorů je směrový vektor

rovnoběžek a druhý vytvoříme z libovolných bodů rovnoběžek (každý bod z jiné přímky). Obecná rovnice roviny: $x + y - 1 = 0$. **34.** Přímky jsou rovnoběžné různé, určují rovinu. Obecná rovnice: $2x - z - 1 = 0$.

35. $\varphi : x + y + z - 2 = 0$ **36.** $\varphi : 2x - y + 6 = 0$ **37.** $\alpha : 3x - 5y + 5 = 0$ **38.** Normálový vektor roviny α , která je kolmá k rovině β , je směrovým vektorem roviny β . Tj. jedním směrovým vektorem hledané roviny je normálový vektor roviny xy . Druhým směrovým vektorem je vektor $\vec{BO}$, kde $O[0; 0; 0]$. $\beta : 2x - y = 0$ **39.** $x - 2 = 0$ **40.** Platí: $\vec{n}_\varphi = \vec{u}_\alpha$, $\alpha : 17x - 7y + 3z - 17 = 0$ **41.** Směrové vektory kolmic (tj. normálové vektory zadaných rovin) jsou směrovými vektory hledané roviny. $\tau : 3x - 5y - 7z - 29 = 0$ **42.** $\alpha : x + 3y + 4z - 7 = 0$ **43.a)** $\alpha : x + y - z - 1 = 0$ **b)** $\alpha : x - y + z - 1 = 0$ **c)** $\alpha : x - y + 1 = 0$ **d)** $\alpha : x + y - z - 1 = 0$ **44.a)** Přímky jsou rovnoběžné různé, určují rovinu. K určení obecné rovnice roviny potřebujeme jeden bod (= libovolný bod jedné z rovnoběžek) a dva lineárně nezávislé směrové vektory. Jedním z vektorů je směrový vektor rovnoběžek a druhý vytvoříme z libovolných bodů rovnoběžek (každý bod z jiné přímky). Obecná rovnice roviny: $\alpha : 2x + y - 4 = 0$. **b)** Přímky jsou různoběžné různé, určují rovinu, jejímiž směrovými vektory jsou např. směrové vektory zadaných přímek. $\alpha : 2x + y - 4 = 0$. **c)** Přímky jsou mimoběžné, proto neurčují rovinu. **45.a)** $\rho : x - 10y - 3z + 8 = 0$ **b)** $\rho : x + y - z = 0$ **46.a)** Z obecné rovnice roviny určíme tři libovolné body, které neleží na jedné přímce. Pomocí nich určíme směrové vektory roviny. Např.: body roviny jsou $O[0; 0; 0]$, $A[1; 1; -2]$, $B[2; 1; -3]$. $\alpha : X = O + t\vec{OA} + s\vec{OB}$, tj. $x = t + 2s, y = t + s, z = -2t - 3s, t, s \in \mathbf{R}$. Obecnou rovnici této roviny nelze převést na úsekový tvar. **b)** Body roviny jsou např.: $A[-1; 1; 1]$, $B[-6; 0; 0]$, $C[0; 3; 0]$. $\alpha : X = A + t\vec{AB} + s\vec{AC}$, tj. $x = -1 - 5t + s, y = 1 - t + 2s, z = 1 - t - s, t, s \in \mathbf{R}$. Úsekový tvar: $\frac{x}{-6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ **c)** Body roviny jsou např.: $A[0; -8; 0]$, $B[-16; 0; 0]$, $C[0; 0; -16]$. $\alpha : x = 2t, y = -8 - t + s, z = -2s, t, s \in \mathbf{R}$. Úsekový tvar: $\frac{x}{-16} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{-16} = 1$ **d)** Body roviny jsou např.: $A[\frac{7}{5}; 0; 0]$, $B[\frac{7}{5}; 1; 0]$, $C[\frac{7}{5}; 0; 1]$. $\alpha : x = \frac{7}{5}, y = t, z = s, t, s \in \mathbf{R}$. Úsekový tvar: $\frac{x}{\frac{7}{5}} = 1$

e) Body roviny jsou např.: $A[6; -6; 0]$, $B[0; -12; 0]$, $C[12; 0; 1]$. tj. $x = 6 + t + 6s, y = -6 + t + 6s, z = s, t, s \in \mathbf{R}$. Úsekový tvar: $\frac{x}{12} + \frac{y}{-12} = 1$ **47.** $\rho : x - 7y + 3z - 105 = 0$ **48.** $\alpha : x - 1 = 0$ **49.** $\tau : y - 3 = 0$ **50.** $\alpha : 3x + y + 5z - 35 = 0$ **51.a)** $\frac{x}{\frac{7}{6}} + \frac{y}{\frac{7}{8}} + \frac{z}{-\frac{7}{5}} = 1$ $P_x[-\frac{7}{6}; 0; 0]$, $P_y[0; \frac{7}{8}; 0]$, $P_z[0; 0; -\frac{7}{5}]$ **b)** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{\frac{4}{3}} = 1$ $P_x[2; 0; 0]$, $P_y[0; -4; 0]$, $P_z[0; 0; \frac{4}{3}]$ **c)** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{-2} = 1$ $P_x[-3; 0; 0]$, $P_y[0; 6; 0]$, $P_z[0; 0; -2]$ **d)** $\frac{x}{3} = 1$ $P_x[3; 0; 0]$, P_x neexistuje, P_y neexistuje. **e)** $\frac{x}{\frac{13}{6}} + \frac{y}{\frac{13}{5}} + \frac{z}{\frac{13}{3}} = 1$ $P_x[\frac{13}{6}; 0; 0]$, $P_y[0; \frac{13}{5}; 0]$, $P_z[0; 0; \frac{13}{3}]$