14.
IRACIONÁLNÍ ROVNICE. SOUSTAVA LINEÁRNÍ A KVADRATICKÉ ROVNICE

- Iracionální rovnice (rovnice s neznámou pod odmocninou), umocňování je neekvivalentní úprava, proto je vždy nutnou součástí řešení zkouška.

Příklady:

1. Řešte rovnice v **R**:

a) $\sqrt{x-2}=2$ b) $\sqrt{6-x}=1$ c) $\sqrt{2x+1}=x+1$ d) $x=\sqrt{x}+2$ e) $2\sqrt{x+2}=4$

f) $2x-1=\sqrt{\frac{1}{2}x-3}$ g) $3\sqrt{x-4}=x-2$ h) $\sqrt{x-1}=\sqrt{2x-3}$ i) $\sqrt{x+2}=-2\sqrt{3x-4}$ j) $-\sqrt{3x-1}=3x-7$

2. Řešte rovnice v **R**:

a) $\sqrt{1+x}-1=\sqrt{4-x}$ b) $x+14=\sqrt{x}$ c) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}=4$ d) $\sqrt{2x+1}+\sqrt{3x-1}=0$

e) $\sqrt{x-7}-\sqrt{5+x}=-3$ f) $\sqrt{4x^2-12x+1}=2x-5$ g) $\sqrt{x+27}=1+\sqrt{x}$ h) $\sqrt{x+4}+2=x$

3. Řešte rovnice v **R**:

a) $\sqrt{x-2}=2\sqrt{x-1}-2$ b) $\sqrt{x^2-4}=\sqrt{x-3}-\sqrt{x+1}$ c) $\sqrt{2x+1+2\sqrt{2x+3}}=1$ d) $\sqrt{x+5}=2x$

e) $\sqrt{1+x\sqrt{x+9}}=1-x$ f) $\sqrt{x-1}=\sqrt{6-x}-\sqrt{5-2x}$ g) $\sqrt{x\sqrt{x}-x}+\sqrt{x}=x$ h) $2\sqrt{1-x}+\sqrt{x-2}=6$

4. Řešte rovnice v **R**:

a) $\sqrt{\frac{3}{x}+5}-\sqrt{10+\frac{6}{x}}=\frac{15}{\sqrt{10+\frac{6}{x}}}$ b) $\frac{\sqrt{4x-3}}{3}=\frac{x}{3}-2$ c) $\sqrt{x^2-6x+9}=3$ d) $x+\sqrt{x^2-3}=12$

e) $\sqrt{9x^2-\sqrt{8x+5}}=-3x$ f) $\sqrt{2x-1}=3-\sqrt{3x+1}$ g) $\sqrt{5+x}=6-\sqrt{5-x}$ e) $\sqrt{x-1}+\sqrt{2x-3}=2$

5. Řešte rovnice v **R**:

a) $\sqrt{x+1}+\sqrt{4-x}=-2$ b) $\sqrt{3-x}+\sqrt{6+x}=2\sqrt{x}+1$ c) $\sqrt{x-3}+\sqrt{x-2}=0$ d) $\sqrt{x^2-4}=3$

e) $\frac{2\sqrt{2x-2}-3}{3}+\frac{2\sqrt{2x-2}-5}{5}=6$ f) $3\sqrt{x}+\left(4-\sqrt{x}\right)8=11-2\sqrt{x}$ g) $\frac{\sqrt{x-1}-3}{2}+\frac{\sqrt{x-1}-4}{5}=\frac{1}{2}$

6. Řešte rovnice v **R**:

a) $\sqrt{x^2+10x+25}=2$ b) $3-2x=\sqrt{2x^2+3x+2}$ c) $\sqrt{3+\sqrt{x-1}}=2$ d) $\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-3}=5$

e) $\sqrt{\frac{x-4}{x+2}}+\frac{5}{6}=\sqrt{\frac{x+2}{x-4}}$ f) $\sqrt{7x-3}-\sqrt{x-3}=\sqrt{3x+4}$ g) $\sqrt{1-x}+\sqrt{4-x}=\sqrt{x+2}$

7. Řešte rovnice v **R**:

a) $\frac{\sqrt{x-12}+2}{\sqrt{x-12}-4}=7$ b) $\sqrt{3+x}+\sqrt{x}=\frac{6}{\sqrt{3+x}}$ c) $\sqrt{\frac{x-3}{x+2}}-\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}=\frac{5}{6}$ d) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{x}}{5-x}=\sqrt{\frac{1}{5-x}}$

8. Řešte soustavu lineární a kvadratické rovnice:

a) $\frac{x^2}{4}+3(x-y)^2=84,\quad \frac{1}{7}(x+y)=\frac{1}{5}(x-y)$ b) $x+y=5,\quad x\cdot y=6$ c) $x-y=7,\quad x\cdot y=120$

d) $x+y=2,\quad x^2+y^2=72$ e) $x-y=1,\quad x^2-y^2=10$ f) $x^2+y=4,\quad 2x+3=-y+2$

g) $x^2=y,\quad x+y=2$ h) $(x+3)^2-2y=4(x+1)^2,\quad -2x+y=1$ i) $3x\cdot y-14y=28,\quad 3x-5y=1$

9. Řešte soustavu lineární a kvadratické rovnice:

a) $3x^2+3y^2-26x-16y+61=0,\quad y-x=1$ b) $x^2+y^2-4x-6y-3=0,\quad 2x-3y-3=0$

c) $16y^2-40xy+25x^2=100,\quad 3x-5y=10$ d) $5x^2+3y^2=192,\quad 5x-3y=6$

10. Určete dvě čísla, jejichž rozdíl je –2 a součin 35.

11. Je možno rozdělit číslo 10 na dvě části tak, aby jejich součin byl 32?

12. Řešte soustavu lineární a kvadratické rovnice:

a) $5x^2 - 5x = y^2,\quad 2x + y - 2 = 0$ b) $(x+y)^2 - y^2 = 3x + 5y,\quad x + 2y = 4$ c) $(x+3)^2 = (y-2)^2,\ 2x + 4y = 2$

Řešení:

1. a) K = {6} b) K = {5} c) K = {0} d) K = {4} e) K = {2} f) K =∅ g) K = {8, 5} h) K = {2} i) K =∅ j) K = $\left\{\frac{5}{3}\right\}$

2. a) K = {3} b) K =∅ c) K =∅ d) K = {2} e) K = $\left\{\frac{29}{4}\right\}$ f) K = {3} g) K = {169} h) K = {5}

3. a) $K = \left\{\frac{34}{9}; 2\right\}$ b) $K = \left\{1 - \sqrt{5}\right\}$ c) K = {-1} d) $K = \left\{\frac{5}{4}\right\}$ e) K = {0} f) $K = \left\{\frac{3}{2}; 2\right\}$ g) K = {4 ; 1 ; 0} h) K =∅

4. a) K =∅ b) K = {13} c) K = {0 ; 6} d) $K = \left\{\frac{49}{8}\right\}$ e) $K = \left\{-\frac{5}{8}\right\}$ f) K = {1} g) K =∅ h) K = {2}

5. a) K =∅ b) K = {2} c) K =∅ d) $K = \pm\sqrt{13}$ e) K = $\left\{\frac{233}{8}\right\}$ f) K = {49} g) K = {17}

6. a) K = {-7; - 3} b) $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ c) K = {2} d) K =∅ e) $K = \left\{\frac{44}{5}\right\}$ f) $K = \left\{-\frac{16}{3}; 4\right\}$ g) K = {1}

7. a) K = {37} b) K = {1} c) K = {-6} d) K = {0} **8.** a) $K = \{[6;1],[-6;-1]\}$ b) $K = \{[2;3],[3;2]\}$ c) $K = \{[-8;-15],[15;8]\}$

d) $K = \{[1+\sqrt{35}; 1-\sqrt{35}],[1-\sqrt{35}; 1+\sqrt{35}]\}$ e) $K = \left\{\frac{11}{2}, \frac{9}{2}\right\}$ f) $K = \{[\sqrt{6}+1; -2\sqrt{6}-3],[1-\sqrt{6}; 2\sqrt{6}-3]\}$ g) K ={[1 ;1], [-2; 4]}

h) $K = \{[\sqrt{2}-1; 2\sqrt{2}-1],[-\sqrt{2}-1; -2\sqrt{2}-1]\}$ i) $K = \left\{\left[-2; -\frac{7}{5}\right],[7;4]\right\}$

9. a) K = {[2 ; 3], [4 ; 5]} b) $K = \left\{[6;3],\left[\frac{6}{13}; -\frac{9}{13}\right]\right\}$ c) $K = \left\{\left[\frac{10}{13}; -\frac{20}{13}\right],\left[-\frac{90}{13}; -\frac{80}{13}\right]\right\}$ d) $K = \left\{[-3;-7],\left[\frac{9}{2}; \frac{11}{2}\right]\right\}$

10. K = {[5 ; 7], [-5; -7]}

11. K =∅

12. a) K = {[1 ; 0], [-4 ; 10]} b) $K = \left\{\left[\frac{20}{7}; \frac{4}{7}\right]\right\}$ c) $K = \left\{[-3;2],\left[-\frac{11}{4}; \frac{15}{8}\right]\right\}$