

GONIOMETRICKÉ ROVNICE

1) Řešte rovnice:

a) $\sin x = -\frac{1}{2}$ b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\cos x = -\frac{1}{2}$ e) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ f) $\operatorname{cotg} x = -\sqrt{3}$

2) V intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnice:

a) $\sin^2 x = \frac{1}{2}$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1$ c) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -\frac{1}{2}$ d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$

3) V intervalu $\langle 0, \pi \rangle$ řešte rovnice:

a) $\sin\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right) = 0$ b) $\cos(3x + \pi) = \frac{1}{2}$ c) $\sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\cos\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = -1$

4) Které z dále uvedených rovnic s neznámou $x \in \mathbf{R}$, mají neprázdnou množinu řešení?

a) $\sin x = \frac{4}{3}$ b) $\cos x = -0,9$ c) $-2 \sin x = 1,9$ d) $\operatorname{tg} x = 5$

5) Jaké podmínky musí platit pro $c \in \mathbf{R}$, aby rovnice a) $\sin x = c$ b) $\cos x = \frac{c}{3}$ s neznámou $x \in \mathbf{R}$ měla neprázdnou množinu řešení?

6) Řešte rovnice:

a) $2 \sin(3x + \pi) = -1$ b) $\sin x = 1$ c) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ e) $\operatorname{cotg} x = -1$ f) $\sin x = 0$
g) $\operatorname{cotg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ h) $\cos 3x = 0,5$ i) $\cos 2x = 0$ j) $\operatorname{cotg} \pi x = 0$ k) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$
l) $\operatorname{tg}\left(-x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ m) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ n) $\sin 2x = -1$ o) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

7) Řešte rovnice s neznámou $x \in \langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$

a) $\sin x = -0,25$ b) $2 \cos x = \frac{1}{3}$ c) $\sin x = 2$ d) $\operatorname{tg} x = 3$ e) $\operatorname{cotg} x = -2$ f) $\operatorname{tg} x = 0,5$

8) Řešte rovnice s neznámou $u \in \langle -2\pi, 3\pi \rangle$:

a) $\operatorname{tg} u = 0,7$ b) $\cos u = -0,39$ c) $\sin u = -0,126$

9) Řešte rovnice pro $x \in \langle -\pi, 2\pi \rangle$: a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ c) $\operatorname{tg}\left(-x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ d) $\operatorname{cotg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$

10) Určete počet všech řešení dále uvedených rovnic s neznámou $x \in \langle -4\pi, 2\pi \rangle$ pro $a = 1; 0,5; 1,08; 0$

a) $\cos x = a$ b) $\sin x = a$ [Využijte graf příslušné goniometrické funkce]

Řešení:

- 1) a) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, \frac{11}{6}\pi + 2k\pi \right\}$ b) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11}{6}\pi + 2k\pi \right\}$ c) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{3}{4}\pi + 2k\pi \right\}$ d) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \frac{4}{3}\pi + 2k\pi \right\}$
e) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \right\}$ f) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{5}{6}\pi + k\pi \right\}$ 2) a) $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$ d) $\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ 3) a) $\frac{5}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi$, b) $\frac{2}{9}\pi, \frac{4}{9}\pi, \frac{8}{9}\pi$
c) $\frac{7}{18}\pi, \frac{11}{18}\pi$ d) $K = \emptyset$ 4) neprázdnou množinu řešení mají rovnice b) c) a d): b) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \{154^\circ 10' + k \cdot 360^\circ, 205^\circ 50' + k \cdot 360^\circ\}$
c) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \{251^\circ 48' + k \cdot 360^\circ, 288^\circ 12' + k \cdot 360^\circ\}$ d) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \{78^\circ 41' + k \cdot 180^\circ\}$ 5) a) $c \in \langle -1, 1 \rangle$ b) $c \in \langle -3, 3 \rangle$
6) a) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi, \frac{5}{18}\pi + \frac{2}{3}k\pi \right\}$ b) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$ c) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{3}{4}\pi + 2k\pi, \frac{5}{4}\pi + 2k\pi \right\}$ d) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \right\}$ e) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{3}{4}\pi + k\pi \right\}$
f) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \{k\pi\}$ g) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{2}{3}\pi + k\pi \right\}$ h) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}k\pi, \frac{5}{9}\pi + \frac{2}{3}k\pi \right\}$ i) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}k\pi \right\}$ j) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{2k+1}{2} \right\}$ k) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \right\}$
l) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{5}{6}\pi + k\pi \right\}$ m) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{7}{4}\pi + k\pi, \frac{3}{2}\pi + k\pi \right\}$ n) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{3}{4}\pi + k\pi \right\}$ o) $Y_{k \in \mathbf{Z}} \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ 7) a) $\{194^\circ 29', 345^\circ 31'\}$
b) $\{80^\circ 24', 279^\circ 36'\}$ c) $\emptyset$ d) $\{71^\circ 34', 251^\circ 34'\}$ e) $\{153^\circ 26', 333^\circ 26'\}$ f) $\{26^\circ 34', 206^\circ 34'\}$
8) a) $\{x_1 - 2\pi, x_1 - \pi, x_1, x_1 + \pi, x_1 + 2\pi\}$, $x_1 = 0,611$ (na kalkulačce vyjde hodnota ve stupních, musíme ji převést na radiány)
b) $\{-x_2, -x_2 + 2\pi, x_2 - 2\pi, x_2, x_2 + 2\pi\}$, $x_2 = 1,971$ c) $\{x_3 - \pi, -x_3, x_3 + \pi, -x_3 + 2\pi\}$, $x_3 = 0,126$
9) a) $\left\{ \frac{\pi}{3} \right\}$ b) $\left\{ -\frac{\pi}{4}, \frac{7}{4}\pi \right\}$ c) $\left\{ -\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}$ d) $\left\{ -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi \right\}$ 10) a) čtyři, šest, žádné, šest b) tři, šest, žádné, sedm.