

15.
EXPONENCIÁLNÍ A LOGARITMICKÉ ROVNICE

Příklady:

1. Řešte rovnice v R:

a) $25^x = 625$ b) $6^{2x} = 1296^{0,5}$ c) $\frac{1}{3^x} = 2187$ d) $11^{x+1} = 121^2$ e) $5^{3x-2} = 3125$

f) $2^{-x} = 1024$ g) $\left(\frac{4}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{9}{16}\right)^4$ h) $\left(\frac{5}{2}\right)^{3-2x} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x-4}$ i) $0,25^{x-3} = 4^{4x-1}$ j) $\frac{8^x}{5} = 6,4$

k) $13^{2x+1} = 1$ l) $2^{x+4} = 0$ m) $\frac{1000 \cdot \sqrt{0,001}}{100^x} = 1$ n) $\frac{25^{2x} \cdot \sqrt{125}}{3125} = 5^{-2}$ o) $10^{2x} = 100^x$

2. Řešte rovnice v R:

a) $3^2 \cdot 7^{3x-6} = 3087$ b) $2^{2x-2} = \frac{8000}{5^{x-1}}$ c) $3^{4x-1} = 2^{1-4x} \cdot 216$ d) $16 \cdot 2^{2-x} = 16^{-3}$ e) $0,4^x = 0,16$

f) $27^{-3} \cdot 9^{3x-2} = 81^{3x-5}$ g) $7^{2-x} \cdot \sqrt{343^{2x-4}} = 49$ h) $25^{x-1} \cdot 5^{2x-1} = 125$ i) $\frac{3^x}{4^x} = \frac{16}{9}$

j) $3^{x+1} - 2^x = 2^{x+3} - 3^x$ k) $\frac{3}{7^{x-1}} + \frac{21}{1-7^x} = \frac{1}{7^x}$ l) $8^{3x-1} \cdot 5^{-2} = 0,04$ m) $7^{14x-4} = 1$

3. Řešte rovnice v R:

a) $\sqrt{3^x} - \sqrt{3^{x-2}} = \sqrt{2^{2x-2}}$ b) $2^{x-3}\sqrt[3]{729} = 2^{x+4}\sqrt[4]{81^2}$ c) $\sqrt[5]{5^{x+3}} \cdot 2\sqrt[2]{5^{x-2}} \cdot 8\sqrt[3]{25} = 125$ d) $5 \cdot 2^{\frac{x}{3}} = 10$

e) $10^{2x-5} = 0,000001$ f) $3^{3x-1} \cdot 4^{1-x} = 3^{x+1}$ g) $6^x - 4 \cdot 3^x = 3 \cdot 2^x - 12$ h) $\left(\frac{2}{3}\right)^x + 1,5^{-x} = 2$

i) $\frac{3 \cdot 8^{4-x} \cdot 6^{x-7}}{2^{-x} \cdot 9^{x-2}} = \frac{1}{3^{x+2}}$ j) $\sqrt[3]{625} = 25$ k) $6 \cdot 2^x = \frac{1}{6^{-1}}$ l) $64 \cdot 3^{x+3} = 27 \cdot 4^{x+3}$

4. Řešte rovnice v R:

a) $7^{\sqrt{x+1}} = 343^{-1} \cdot 49^{\sqrt{x+1}}$ b) $5^{\frac{3}{2}\sqrt{x-1}} - 25^{\frac{1}{2}\sqrt{x-1}} = 0$ c) $16^{x^2-4x-4} = \sqrt{16^2}$ d) $10^{x^2+2x+4} = 1000^{3x-2}$

e) $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$ f) $2^{x+1} - 2^x - 64 = 0$ g) $3^{x+4} - 3^{x+3} + 3^{x+2} - 3^{x+1} + 3^x = 4941$

5. Řešte rovnice v R:

a) $5 \cdot 4^{x+1} - 240 = 4^{x+2} + 4^{x-1}$ b) $4 \cdot 3^{x+1} - 315 = 3^{x-1}$ c) $3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$ d) ${}^{x+1}\sqrt{7^{x-1}} = {}^{x-1}\sqrt{49^{x+1}}$

e) $3^{x+2} + 5^{x+2} = 3^{x+4} + 5^x$ f) $\left[\left(\frac{6}{7}\right)^3\right]^{10x^2-21x+4} = \left[\left(\frac{7}{6}\right)^{-2}\right]^{-6x^2+11x-15}$ g) $\sqrt[3]{3^{x+3}} \cdot \sqrt[3]{3^{x-3}} = 27$

6. Řešte rovnice v R:

a) $x^{-1}\sqrt[3]{2^{3x-1}} - 3^{x-7}\sqrt{8^{x-3}} = 0$ b) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}} \cdot 2^{-1} = 6$ c) $0,6^x + 0,6^{x-1} = \frac{40}{9}$ d) $3^{5x} = 5^{3x}$

e) $\left(1 - \frac{5}{9}\right)^{\frac{2}{3-2x}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{x-5}}$ f) $5^{x-4} = 0,008$ g) $\frac{2^{2x+2}}{2^{3x-5}} = \frac{\log 16}{\log 4}$ h) $\left(\frac{4}{25}\right)^{x+3} \left(\frac{125}{8}\right)^{4x-1} = \frac{5}{2}$

i) $2^{x+7}\sqrt{4^{13-x}} = 1024$ j) $\frac{2^{x+3} \cdot 3^{x+2}}{6^{7-x} \cdot 8^{x-1}} = \frac{9^{x-2}}{3}$ k) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\log 4}{\log 8}$ l) $\frac{10^{x^2}}{2^{-15}} = \frac{5^{-15}}{10^{12-12x}}$

$$m) 2^{\frac{3}{\log_2 x}} = \frac{1}{64} \quad n) \sqrt[2]{\sqrt[2]{729}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{9}} \quad o) 27^{5x-6} \cdot 81^{2x+3} = 9^{4x-2} \cdot 3^{7x-2} \quad p) \sqrt[3]{81} + \frac{27}{\sqrt[3]{81}} = 12$$

$$r) \frac{2^x \cdot 3^{x+3}}{6^{7-x} \cdot 8^{x-4}} = 9^{x-2} \quad s) \sqrt{5^{3x} + 19} = 1 + \sqrt{5^{3x} - 4}$$

7. Řešte rovnice v \mathbb{R} :

$$a) 5^{2x-1} + 5^x - 5^0 = 5^{-1} \quad b) 4^{x+1} - 8 \cdot 4^{x-1} = 32 \quad c) 5^x + 1 - 3 \cdot 5^x = -49$$

$$d) 4 \cdot 2^{x+1} - 2^{x-1} = 240 \quad e) 5 \cdot 4^{x+1} - 4^{x+2} = 4^{x-1} + 240 \quad f) 25^{2x} - 3 \cdot 25^x = 10$$

$$g) 3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} = 315 \quad h) 4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24 \quad i) 5 \cdot 2^{x+2} - 6 \cdot 3^{x+2} = 3^{x+3} + 2 \cdot 2^{x+1}$$

$$j) 11^{3x-2} + 13^{3x-2} = 13^{3x-1} - 11^{3x-1} \quad k) 3 \cdot 4^{-x} + \frac{1}{3} \cdot 9^{2-x} = 6 \cdot 4^{1-x} - \frac{1}{2} \cdot 9^{1-x} \quad l) \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} - \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} = \frac{24}{5}$$

8. Užitím logaritmu napište tyto rovnosti:

$$a) 2^6 = 64 \quad b) 3^5 = 243 \quad c) 10^4 = 10\,000 \quad d) 10^{-2} = 0,01 \quad e) 7^0 = 1 \quad f) \frac{1}{2^2} = 4^{-1} \quad g) 0,25^1 = 0,25$$

$$h) 10^{-4} = \frac{1}{10000} \quad i) 9^{\frac{1}{2}} = 3 \quad j) 1000^{\frac{1}{3}} = 10 \quad k) 16^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad l) 8^1 = 8 \quad m) 27^{\frac{1}{3}} = 3 \quad n) \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$$

9. Určete:

$$a) \log_2 8 \quad b) \log_3 81 \quad c) \log_5 125 \quad d) \log_7 1 \quad e) \log_2 \frac{1}{8} \quad f) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} \quad g) \log \sqrt{1000}$$

$$h) \log 0,000001 \quad i) \log_{\frac{1}{1000}} 1 \quad j) \log_{\frac{1}{4}} 16 \quad k) \log_4 \frac{1}{16} \quad l) \log_2 16^2 \quad m) \log_5 5^2 \quad n) \ln e^{21}$$

10. Vyhledejte číslo x , platí-li:

$$a) \log_3 x = 9 \quad b) \log_5 x = 1 \quad c) \log_2 x = -1 \quad d) \log_2 x = -4 \quad e) \log_7 x = \frac{1}{2} \quad f) \log_{\frac{1}{3}} x = -3 \quad g) \log_2 x = -\frac{2}{3}$$

$$h) \ln x = 0 \quad i) \log_{\frac{1}{2}} x = 4 \quad j) \log_3 x = \frac{1}{3} \quad k) \log x = 3 \quad l) \log x = 1 \quad m) \log_5 x = -2 \quad n) \log_8 x = \frac{1}{3}$$

11. Pro jaký základ a platí:

$$a) \log_a 25 = 2 \quad b) \log_a 729 = 6 \quad c) \log_a 3 = 1 \quad d) \log_a 100 = 2 \quad e) \log_a 216 = 3$$

$$f) \log_a 10000 = 2 \quad g) \log_a \frac{1}{8} = -3 \quad h) \log_a \frac{1}{8} = 3 \quad i) \log_a 0,0001 = -4 \quad j) \log_a 10 = 10$$

$$k) \log_a \frac{1}{4} = -1 \quad l) \log_a 7 = 1 \quad m) \log_a 4 = -2 \quad n) \log_a \frac{1}{81} = 4 \quad o) \log_a 100 = -2$$

12. Určete logaritmy daných čísel:

$$a) 2, 8, 32, 64, 128, 256, 512, 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{1024} \text{ při základu } 2$$

$$b) 5, 25, 125, 625, 15625, 78125, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{125}, \frac{1}{3125}, \frac{1}{5^{-2}} \text{ při základu } 5$$

$$c) 10; 100; 1000; 1000\,000; 1; 0,1; 0,01; 0,001; 0,000\,001 \text{ při základu } 10$$

13. Vypočítejte:

a) $3^{\log_2 8}$ b) $16^{\log_4 2}$ c) $\log_5(\log_5 5)$ d) $\log_2(\log_2 256)$ e) $\log_3(\log_2(\log_4 65536))$

f) $\log_3 243 + 2 \cdot \log_4 \frac{1}{256} - \log_{10} 10$ g) $\left(\log_5 125 - \log_5 \frac{1}{25}\right) \cdot \log_{10} 0,001$ h) $\log_3 81 \cdot \frac{\log_2 64 - \log_{10} \frac{1}{100}}{\log_{10} 0,01}$

14. Pro které x má smysl výraz:

a) $\log_2(x+2)$ b) $\log_3(5-x)$ c) $\log \frac{3x-9}{2}$ d) $\log_5 \frac{2x-4}{x+1}$ e) $\log \sqrt{\frac{x-2}{3x+4}}$ f) $\log_3(x^2 - 4x - 12)$ g) $\ln(-x)$

15. Určete:

a) $\log_a a$ b) $\log_a a^2$ c) $\log_a a^{-3}$ d) $\log_a \frac{1}{a}$ e) $\log_a \sqrt{a}$ f) $\log_a \frac{a^2}{\sqrt{a^3}}$ g) $\log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{a^3} \cdot a^{-2}}{a^5 \cdot a^2 \cdot (-a^2)^3} \right)^2$

16. Za předpokladu, že dané výrazy mají smysl, vyjádřete dané výrazy užitím logaritmu:

a) $\log_3 \frac{x^2 \cdot y}{3 \cdot z}$ b) $\log_5 \frac{25 \cdot x^2 \cdot \sqrt{y}}{y^3}$ c) $\log \frac{(a+b)^3 \cdot c^2}{3 \cdot a \cdot b}$ d) $\log \sqrt{10\sqrt{10}}$ e) $\log \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3^3}}}$

f) $\log_2 \frac{x \cdot \sqrt[4]{y}}{y \cdot \sqrt[3]{x}}$ g) $\log \frac{\sqrt[3]{\frac{b^2}{a^2}}}{\frac{b}{a}}$ h) $\log \frac{100 \cdot \sqrt{1000 \cdot 10^{-1}}}{10^{-3}}$ i) $\log_{0,5} \sqrt{\frac{x^3 \cdot y}{4}}$ j) $\log \sqrt{1\sqrt{1\sqrt{1}}}$

17. Určete x, je-li:

a) $\log x = 2 \cdot \log a + \frac{1}{2} \cdot \log b$ b) $\log x = 4 \cdot \log a - \frac{1}{4} \cdot \log b$ c) $\log x = 5 \log(a-b) - 2 \log(a^2 - b^2)$

18. Řešte rovnice v \mathbb{R} , určete podmínky řešitelnosti:

a) $\log(x-2) - \log(x-1) = \log 4$ b) $\log_2(3x-1) - \log_2(4x+4) = -1$ c) $\log(2x-4) - \log 6 = 2$
d) $\log(x+3) + \log(x-1) = \log(x-4)^2$ e) $\log(x+4) + \log(x-2) = 2 \cdot \log(x+3)$ f) $\log(13-x) = -\log(1+x)$

19. Řešte rovnice v \mathbb{R} , určete podmínky řešitelnosti:

a) $\log(x+13) - \log(x-3) = 1 - \log 2$ b) $\log x - \log(2x-5) = \log 3$ c) $\log(2x-3) - \log(x+1) = -\log 3$
d) $\log(3x-1) - \log 5 = 1$ e) $\log x = -\log 2$ f) $\log 16x - \log 2x + \log 3x = \log 9 + \log 4 - \log 6$
g) $\log(x+2) + \log(x-7) = 2 \log(x-4)$ h) $\log 5x + \log(2x+3) = 1 + 2 \log(3-x)$ i) $\frac{3 + \log x}{2 - \log x} = 4$ j) $\frac{\log(x^2 + 3)}{\log(x+3)} = \frac{2}{1}$

20. Řešte rovnice v \mathbb{R} , určete podmínky řešitelnosti:

a) $\frac{3}{2 + \log x} - \frac{2}{1 + \log x} = \frac{1}{10 + \log x}$ b) $2 \log x = 3 \log 4$ c) $\log 8x + \log 3x = \log 48$ d) $\log x + \frac{1}{\log x} = 2$
e) $\log(x+24) + \log(x-24) = 2$ f) $\log(1+x) - \log(1-x) + \log(2-x) - \log(2+x) = \log(2x+1) - \log(2x-1)$
g) $\log(x+6) - \log x = \log 2 - \log(x+1)$ h) $\log(x-3) + \log(x+3) = 2 \log(3-x)$
i) $\log(x+1) + \log(x-1) - \log x = \log(x+2)$ j) $\frac{1 + \log x}{\log x} - 1 = \frac{1 - \log x}{\log x}$ k) $\frac{10 + \log x}{7 + \log x} = \frac{1}{7 + \log x} + 2$

21. Řešte rovnice v \mathbf{R} , určete podmínky řešitelnosti:

a) $x^{\log x} = 10000$ b) $x^{\log x} = 100$ c) $x^{3-\log x} = 100$ d) $x^{\log x} = 1000x^2$ e) $3^{1+\log x} = 81$
 f) $2^{\log x} = 240$ g) $9^{1+\log x} = 9x$ h) $24^{\log x} = 576$ i) $e^{\log x} - x = 0$ j) $2^{\ln x} - 2^{\log x} = 0$

22. Řešte rovnice v \mathbf{R} , určete podmínky řešitelnosti:

a) $\log_2^2 x - 6\log_2 x + 8 = 0$ b) $(\log x - 3) \cdot (\log x + 4) = 0$ c) $x^{\log x} = 100x$ d) $x^{\log x+1} = 100$
 e) $(\log_3 x)^2 + 5\log_3 x = 10 + 2\log_3 x$ f) $\log_4 x + \frac{1}{\log_4 x} - 2 = 0$ g) $(\log_5 x)^{-1} - 2 = -\log_5 x$
 h) $\ln x - 1 = \frac{12}{\ln x}$ i) $3\log_8 x + 5 = 2\log_8^{-1} x$ j) $(2\log_{16} x + 1)^2 = \log_{16} x$ k) $x^{2\log_9 x} = 9x^{-1}$

23. Řešte rovnice pomocí zlogaritmování:

a) $6^{3x+2} = 5^{x+1}$ b) $10^x = 7^x$ c) $9^{x+4} = 11^{x+4}$ d) $4^{x+1} + 2^{2x+3} = 27^x - 3^{3x-1}$ e) $49^{\log x} = 2401$
 f) $x^{\frac{3}{8}\log^3 x - \frac{3}{4}\log x} = 1000$ g) $x^{\log x} + 10x^{-\log x} = 11$ h) $x^{\frac{1}{4}\log x} = 10$ i) $\sqrt{x^{\log \sqrt{x}}} = 10$

24. Řešte rovnice v \mathbf{R} :

a) $2\log_2 \frac{x-7}{x-1} + \log_2 \frac{x-1}{x+1} = 1$ b) $\log_6 \sqrt{x-2} + \frac{1}{2}\log_6(x-11) = 1$ c) $\log_2(2x^2) \cdot \log_2(16x) = \frac{9}{2}\log_2^2 x$
 d) $10\log x^2 + 4\log x^5 + 3\log x^3 + 2\log \sqrt{x} = 98$ e) $5\log \sqrt[3]{x} - 4\log \sqrt[6]{x} + \frac{1}{2}\log x^8 = 9 - \log x^5$
 f) $\log x^2 + \log \sqrt{x} - \log \frac{1}{x} = 10$ g) $\log(x-9) + 2\log \sqrt{2x-1} = 2$ h) $\log \sqrt{x-5} + \log \sqrt{2x-3} + 1 = \log 30$

25. Řešte rovnice v \mathbf{R} :

a) $\log \sqrt{1+x} + 3\log \sqrt{1-x} = \log \sqrt{1-x^2} + 2$ b) $\frac{3 + \log x^6}{2 - \log x} = 4$ c) $\frac{\log(2x+13)}{\log(x+5)} = 2$ d) $\frac{\log 7x}{\log(2x-7)} = 2$

26. Řešte exponenciální a logaritmičké rovnice v \mathbf{R} :

a) $\frac{2\log x}{\log(5x-4)} = 1$ b) $3^{\log 10x} = 81$ c) $\log_4 \log_3 \log_2 x = \frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}\log(2x-3) = \log(x-3)$
 e) $5^{x-4} = 0,008$ f) $\log_{16} \log_3 \log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{2}$ g) $2^{\frac{3}{\log_2 x}} = \frac{1}{64}$ h) $\log_{\frac{1}{2}} x = -\frac{3}{2}$
 i) $\log(x-1) - 1 = \log x$ j) $\log_{\frac{1}{3}} x = -\frac{2}{5}$ k) $\log(x+1) + \log(x-1) - \log x = \log(x+2)$ l) $\frac{\log(x^2-9)}{\log(x-1)} = 2$
 m) $2^{\frac{4}{\log_2 x}} = \frac{1}{256}$ n) $\log \sqrt{3x-5} + \log \sqrt{7x-3} = 1 + \log \frac{\sqrt{11}}{10}$ o) $\log_6(\log_5(\log_4 x + 3)) = 0$
 p) $\frac{\log_3(6x-2)}{\log_3(x-3)} = 2$ q) $\log_4(3x+2) - 2\log_4 x = 2 - \log_4 8$ r) $\log_2 \sqrt{3-x} + \log_2 \sqrt{2x+18} = 3$
 s) $3^{\log_3(x+5)} = \frac{1}{2}$ t) $\log_3 \left(7 + 2\log_8 \left(1 + 7\log_{\frac{1}{2}} x \right) \right) = 2$ u) $\log(x-1) - 3 = \log x$ v) $3^{2x+1} \cdot \log_3 8 = 3^{3x-5} \cdot \log_3 2$

27. Vypočtěte:

a) $(\log_2 4 + \log_2 \sqrt[3]{4})\log_2 16 + \log_2 \sqrt[3]{4^{-1}}$ b) $(\log 0,01 + 3\log \sqrt{10}) \cdot \log(100 \cdot \sqrt[3]{10})$
 c) $\log_3 \sqrt{27} - \log_3 1 + \log_3 27 - \log_3 3$ d) $\log_2 \sqrt{8} - \log_3 1 + \log_4 64 - \log_5 5$
 e) $(\log_8 64 + \log_4 \sqrt[3]{16}) \cdot \log_3 81 + \log_2 \sqrt[3]{4^{-2}}$ f) $\log_4 64 - \log_8 8 + \log_2 \sqrt{8 - \log_6 1}$

Řešení:

1. a) $K = \{2\}$ b) $K = \{1\}$ c) $K = \{-7\}$ d) $K = \{3\}$ e) $K = \left\{\frac{7}{3}\right\}$ f) $K = \{-10\}$ g) $K = \{-4\}$ h) $K = \{-1\}$ i) $K = \left\{\frac{4}{5}\right\}$ j) $K = \left\{\frac{5}{3}\right\}$

k) $K = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ l) $K = \emptyset$ m) $K = \left\{\frac{3}{4}\right\}$ n) $K = \left\{\frac{3}{8}\right\}$ o) $K = \mathbf{R}$ 2. a) $K = \{3\}$ b) $K = \{4\}$ c) $K = \{1\}$ d) $K = \{18\}$ e) $K = \{2\}$

f) $K = \left\{\frac{2}{3}\right\}$ g) $K = \{3\}$ h) $K = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ i) $K = \{2\}$ j) $K = \{2\}$ k) $K = \emptyset$ l) $K = \left\{\frac{1}{3}\right\}$ m) $K = \left\{\frac{2}{7}\right\}$ 3. a) $K = \{2\}$ b) $K = \{12\}$

c) $K = \left\{\frac{8}{5}\right\}$ d) $K = \{3\}$ e) $K = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ f) $K = \{1\}$ g) $K = \{1; 2\}$ h) $K = \{0\}$ i) $K = \{5\}$ j) $K = \{2\}$ k) $K = \{0\}$ l) $K = \{0\}$

4. a) $K = \{8\}$ b) $K = \{1\}$ c) $K = \{-1, 5\}$ d) $K = \{2; 5\}$ e) $K = \{0\}$ f) $K = \{6\}$ g) $K = \{4\}$ 5. a) $K = \{3\}$ b) $K = \{3\}$ c) $K = \{1; 2\}$

d) $K = \{-3 \pm 2\sqrt{2}\}$ e) $K = \left\{\frac{\log 3}{\log 5 - \log 3}\right\}$ f) $K = \left\{\frac{7}{6}; \frac{6}{7}\right\}$ g) $K = \emptyset$ 6. a) $K = \left\{\frac{5}{3}\right\}$ b) $K = \emptyset$ c) $K = \emptyset$ d) $K = \{0\}$

e) $K = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$ f) $K = \{1\}$ g) $K = \{6\}$ h) $K = \{1\}$ i) $K = \{-2\}$ j) $K = \{-1\}$ k) $K = \{2\}$ l) $K = \{3; 9\}$ m) $K = \left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ n) $K = \{1\}$

o) $K = \{0\}$ p) $K = \{2; 4\}$ r) $K = \{5\}$ s) $K = \{1\}$ 7. a) $K = \{0\}$ b) $K = \{2\}$ c) $K = \{2\}$ d) $K = \{5\}$ e) $K = \{3\}$ f) $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ g) $K = \{3\}$

h) $K = \{3\}$ i) $K = \{-4\}$ j) $K = \left\{\frac{2}{3}\right\}$ k) $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ l) $K = \{0\}$ 8. a) 6 b) 5 c) 4 d) -2 e) 0 f) -2 g) 1 h) -4 i) $\frac{1}{2}$ j) $\frac{1}{3}$ k) -0,25

l) 1 m) $\frac{1}{3}$ n) 0 9. a) 3 b) 4 c) 3 d) 0 e) -3 f) 3 g) 1,5 h) -6 i) -3 j) -2 k) -2 l) 8 m) 2 n) 21 10. a) $x = 19\ 683$

b) $x = 5$ c) $x = 0,5$ d) $x = \frac{1}{16}$ e) $x = \sqrt{7}$ f) $x = 27$ g) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ h) $x = 1$ i) $x = \frac{1}{16}$ j) $x = \sqrt[3]{3}$ k) $x = 1000$ l) $x = 10$

m) $x = 0,04$ n) $x = 2$ 11. a) $a = 5$ b) $a = 3$ c) $a = 3$ d) $a = 10$ e) $a = 6$ f) $a = 100$ g) $a = 2$ h) $a = 0,5$ i) $a = 10$

j) $a = 0,0000000001$ k) $a = 4$ l) $a = 7$ m) $a = 0,5$ n) $a = \frac{1}{3}$ o) $a = 0,1$ 12. a) 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 0, -2, -4, -10 b) 1, 2, 3,

4, 6, 7, 0, -1, -3, -5, 2 c) 1, 2, 3, 6, 0, -1, -2, -3, -6 13. a) 27 b) 4 c) 0 d) 3 e) 1 f) -4 g) -15 h) 12 14. a) $x \in (-2, \infty)$

b) $x \in (-\infty, 5)$ c) $x \in (3, \infty)$ d) $x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ e) $x \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \cup (2, \infty)$ f) $x \in (-\infty, -2) \cup (6, \infty)$ g) $x \in (-\infty, 0)$

16. a) $2\log_3 x + \log_3 y - \log_3 z - 1$ b) $2 + 2\log_5 x - \frac{5}{2}\log_5 y$ c) $3\log(a+b) + 2\log c - \log 3 - \log a - \log b$ d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{9}{8} \cdot \log 3$ f) $\frac{2}{3}\log_2 x - \frac{3}{4}\log_2 y$ g) $\frac{1}{3}\log a - \frac{1}{3}\log b$ h) 6 i) $\frac{3}{2}\log_{\frac{1}{2}} x + \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} y + 1$ j) 0 17. a) $x = a^2 \cdot \sqrt{b}$ b) $x = \frac{a^4}{4\sqrt{b}}$

c) $x = \frac{(a-b)^3}{(a+b)^2}$ 18. a) $K = \emptyset$, $x \in (2, \infty)$ b) $K = \{3\}$, $x \in \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$ c) $K = \{302\}$, $x \in (2, \infty)$ d) $K = \emptyset$, $x \in (4, \infty)$

e) $K = \emptyset$, $x \in (2, \infty)$ f) $K = \{6 + 4\sqrt{3}; 6 - 4\sqrt{3}\}$, $x \in (-1, 13)$ 19. a) $K = \{7\}$, $x \in (3, \infty)$ b) $K = \{3\}$, $x \in \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$

c) $K = \{2\}$, $x \in \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$ d) $K = \{17\}$, $x \in \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$ e) $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, $x \in (0, \infty)$ f) $K = \left\{\frac{1}{4}\right\}$, $x \in (0, \infty)$ g) $K = \{10\}$, $x \in (7, \infty)$

h) $K = \left\{-\frac{7}{6} + \frac{5}{6}\sqrt{5}\right\}$, $x \in \left(-\frac{3}{2}, 3\right)$ i) $K = \{10\}$, $x \in (0, 100) \cup (100, \infty)$ j) $K = \{-1\}$, $x \in (-3, -2) \cup (-2, \infty)$

20. a) $K = \{100\}$, $x \in (0, \infty)$ b) $K = \{8\}$, $x \in (0, \infty)$ c) $K = \{\sqrt{2}\}$, $x \in (0, \infty)$ d) $K = \{10\}$, $x \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ e) $K = \{26\}$, $x \in (24, \infty)$ f) $K = \left\{\frac{\sqrt{6}}{3}\right\}$, $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ g) $K = \emptyset$, $x \in (0, \infty)$ h) již z podmínek plyne $K = \emptyset$ i) $K = \emptyset$, $x \in (1, \infty)$ j) $K = \emptyset$, $x \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ k) $K = \{0,00001\}$, $x \in (0; 0,0000001) \cup (0,0000001; \infty)$ 21. a) $K = \{100; 0,01\}$, $x \in (0, \infty)$
- b) $K = \left\{10^{\sqrt{2}}, \frac{1}{10^{\sqrt{2}}}\right\}$, $x \in (0, \infty)$ c) $K = \{10; 100\}$, $x \in (0, \infty)$ d) $K = \{1000; 0,1\}$, $x \in (0, \infty)$ e) $K = \{1000\}$, $x \in (0, \infty)$
- f) $K = \left\{10^{\frac{4\log 2 + \log 3 + \log 5}{\log 2}}\right\}$, $x \in (0, \infty)$ g) $K = \{1\}$, $x \in (0, \infty)$ h) $K = \{100\}$, $x \in (0, \infty)$ i) $K = \{1\}$, $x \in (0, \infty)$ j) $K = \{1\}$, $x \in (0, \infty)$
22. a) $K = \{4; 16\}$, $x \in (0, \infty)$ b) $K = \{1000; 0,0001\}$, $x \in (0, \infty)$ c) $K = \{100; 0,1\}$, $x \in (0, \infty)$
- d) $K = \{10; 0,01\}$, $x \in (0, \infty)$ e) $K = \left\{\frac{1}{243}; 9\right\}$, $x \in (0, \infty)$ f) $K = \{4\}$, $x \in (0; 1) \cup (1, \infty)$ g) $K = \{5\}$, $x \in (0; 1) \cup (1, \infty)$
- h) $K = \{e^4, e^{-3}\}$, $x \in (0; 1) \cup (1, \infty)$ i) $K = \left\{2, \frac{1}{64}\right\}$, $x \in (0; 1) \cup (1, \infty)$ j) $K = \{0,5; 0,25\}$, $x \in (0, \infty)$ k) $K = \left\{3; \frac{1}{9}\right\}$, $x \in (0, \infty)$
23. a) $K = \left\{\frac{\log \frac{5}{36}}{\log \frac{216}{5}}\right\}$ b) $K = \{0\}$ c) $K = \{-4\}$ d) $K = \left\{\frac{\log 2}{3 - 2 \cdot \log 2}\right\}$ e) $K = \{100\}$, $x \in (0, \infty)$
- f) $K = \{100; 0,01\}$, $x \in (0, \infty)$ g) $K = \{1; 10; 0,1\}$, $x \in (0, \infty)$ h) $K = \{100\}$, $x \in (0, \infty)$ i) $K = \{100; 0,01\}$, $x \in (0, \infty)$
24. a) $K = \{-7 - 3\sqrt{11}\}$, $x \in (-\infty, -1) \cup (7, \infty)$ b) $K = \{14\}$, $x \in (11, \infty)$ c) $K = \left\{16, \frac{1}{\sqrt[5]{4}}\right\}$, $x \in (0, \infty)$ d) $K = \left\{10 \cdot \sqrt[25]{10^{23}}\right\}$, $x \in (0, \infty)$
- e) $K = \left\{10\sqrt[10]{10^9}\right\}$, $x \in (0, \infty)$ f) $K = \left\{100 \cdot \sqrt[7]{10^6}\right\}$, $x \in (0, \infty)$ g) $K = \{13\}$, $x \in (9, \infty)$ h) $K = \{6\}$, $x \in (5, \infty)$
25. a) $K = \emptyset$, $x \in (-1, 1)$ b) $K = \{\sqrt{10}\}$, $x \in (0, 100) \cup (100, \infty)$ c) $K = \{-2\}$, $x \in (-5, -4) \cup (-4, \infty)$ d) $K = \{7\}$, $x \in \left(\frac{7}{2}, 4\right) \cup (4, \infty)$
26. a) $K = \{4\}$, $x \in \left(\frac{4}{5}, 1\right) \cup (1, \infty)$ b) $K = \{1000\}$, $x \in (0, \infty)$ c) $K = \{512\}$, $x \in (2, \infty)$ d) $K = \{6\}$, $x \in (3, \infty)$ e) $K = \{1\}$
- f) $K = \left\{2^{-81}\right\}$, $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ g) $K = \left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$, $x \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ h) $K = \{2\sqrt{2}\}$, $x \in (0, \infty)$ i) $K = \emptyset$, $x \in (1, \infty)$ j) $K = \left\{\sqrt[5]{9}\right\}$, $x \in (0, \infty)$
- k) již z podmínek plyne $K = \emptyset$ l) $K = \{5\}$, $x \in (3, \infty)$ m) $K = \left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$, $x \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ n) $K = \{2\}$, $x \in \left(\frac{5}{3}, \infty\right)$
- o) $K = \{16\}$, $x \in \left(\frac{1}{16}, \infty\right)$ p) $K = \emptyset$, $x \in (3, 4) \cup (4, \infty)$ q) $K = \{2\}$, $x \in (0, \infty)$ r) $K = \emptyset$, $x \in (-\infty, -9)$ s) $K = \{-4, 5\}$, $x \in (-5, \infty)$
- t) $K = \{0, 5\}$ u) $K = \emptyset$, $x \in (1, \infty)$ v) $K = \{7\}$
27. a) 10 b) $-\frac{7}{6}$ c) 3,5 d) 3,5 e) $\frac{28}{3}$ f) 3,5