

TRIGONOMETRIE

Sinová věta:

- Pro každý trojúhelník ABC, jehož vnitřní úhly mají velikosti α, β, γ a strany délky a, b, c , platí: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Při řešení úloh používáme často sinovou větu ve tvaru $\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}, \frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$

(slovy: Poměr délek stran trojúhelníku se rovná poměru sinů velikostí protilehlých úhlů)

Sinovou větu užíváme při řešení trojúhelníku, jsou-li dány: a) délka jedné strany a velikosti dvou úhlů (usu)

b) délky dvou stran a velikost úhlu proti jedné z nich (Ssu)

Kosinová věta:

- Pro každý trojúhelník ABC, jehož vnitřní úhly mají velikosti α, β, γ a strany délky a, b, c , platí:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Kosinovou větu užíváme při řešení trojúhelníku, jsou-li dány: a) délky všech tří stran (sss)

b) délky dvou stran a velikost úhlu, který svírají (sus)

Další trigonometrické věty:

- Pro poloměr r kružnice opsané trojúhelníku ABC platí: $r = \frac{a}{2 \sin \alpha} = \frac{b}{2 \sin \beta} = \frac{c}{2 \sin \gamma}$

- Pro obsah každého trojúhelníku ABC, jehož vnitřní úhly mají velikosti α, β, γ a strany délky a, b, c , platí:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} bc \sin \alpha = \frac{1}{2} ac \sin \beta$$

1. Určete délky všech stran a velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li dáno:

- $b = 48,55 \text{ cm}; \gamma = 6^\circ 30'; \alpha = 69^\circ 40'$
- $a = 188,4 \text{ mm}; \beta = 56^\circ 18'; \gamma = 95^\circ 36'$
- $b = 25 \text{ cm}; c = 25\sqrt{2} \text{ cm}; \gamma = 45^\circ$
- $a = 38 \text{ cm}; b = 48 \text{ cm}; \alpha = 37^\circ$
- $a = 140 \text{ mm}; c = 300 \text{ mm}; \alpha = 71^\circ 14'$

2. Rozhodněte, pro která $a \in \{2 \text{ cm}, 4 \text{ cm}, 6 \text{ cm}, 8 \text{ cm}, 10 \text{ cm}\}$ existuje aspoň jeden trojúhelník ABC, pro nějž je $|BC| = a$; $\alpha = 30^\circ$ a $b = 8 \text{ cm}$.

3. Určete velikosti vnitřních úhlů a poměr délek stran trojúhelníku, jestliže platí: a) $a : b = 2 : 3, \alpha : \beta = 1 : 2$
b) $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 5 : 10$

4. Určete délky všech stran a velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li dáno: $a = 51,32 \text{ mm}; c = 34,76 \text{ mm}$
 $\beta = 126^\circ 12'$.

5. Určete délky všech stran a velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li dáno: a) $a = 5 \text{ cm}; b = 6 \text{ cm}; c = 7 \text{ cm}$
b) $a = 12,4 \text{ cm}; b = 16,8 \text{ cm}; \gamma = 60^\circ$
c) $b = 64 \text{ mm}; c = 29 \text{ mm}; \alpha = 47^\circ$

6. Vypočítejte velikost největšího vnitřního úhlu trojúhelníku, jehož strany mají délky: 43 mm, 57 mm, 50 mm.

7. V trojúhelníku ABC je délka strany AB rovna 27 cm a úhel ACB má velikost 78° . Vypočítejte s přesností na desetiny poloměr kružnice trojúhelníku ABC opsané.

8. Určete vzdálenost dvou bodů A, B, které jsou na druhém břehu řeky, jestliže známe vzdálenost $a = 2000 \text{ m}$ bodů C, D a jestliže jsme změřili velikosti úhlů: $|\angle BDC| = \alpha = 52^\circ 40', |\angle ACD| = \beta = 42^\circ 1', |\angle ADC| = \gamma = 86^\circ 40', |\angle BCD| = \delta = 81^\circ 15'$.

9. Z pozorovatelný 15m vysoké a vzdálené 30m od břehu řeky se jeví šířka řeky v zorném úhlu $\varphi = 15^\circ$. Vypočítejte šířku řeky.

10. Letadlo letí ve výšce 2500m k pozorovatelně. V okamžiku prvního měření bylo vidět pod výškovým úhlem 28° , při druhém měření pod výškovým úhlem 50° . Určete vzdálenost, kterou proletělo mezi oběma měřeními.

11. Vrchol věže stojící na rovině vidíme z určitého místa A ve výškovém úhlu $\alpha = 39^\circ 25'$. Přejdeme-li směrem k jeho patě o 50m blíž na místo B, vidíme z něho vrchol věže ve výškovém úhlu $\beta = 58^\circ 42'$. Jak vysoká je věž?

12. Ze dvou míst M, N na vodorovné rovině vzdálených od sebe 3,1km byl pozorován mrak nad spojnicí obou míst ve svislé rovině ve výškových úhlech $\alpha = 78^\circ 40', \beta = 63^\circ 50'$. Jak vysoko byl mrak?

13. Na vrcholu hory stojí věž hradu vysoká $v = 30 \text{ m}$. Křižovatku silnic v údolí vidíme z vrcholu věže a od její paty v hloubkových úhlech $\alpha = 32^\circ 50', \beta = 30^\circ 10'$. Jak vysoko je vrchol hory nad křižovatkou?

14. V trojúhelníku ABC je $b = 6,4 \text{ cm}, c = 4,2 \text{ cm}, \beta = 2\gamma$. Určete velikosti všech vnitřních úhlů tohoto trojúhelníku.

15. Vypočítejte délky úhlopříček v rovnoběžníku ABCD, ve kterém $|AB| = 35 \text{ cm}, |BC| = 16 \text{ cm}, |\angle ABC| = 65^\circ$.

16. V lichoběžníku ABCD ($AB \parallel CD$) je $|AB| = 73,6 \text{ mm}, |BC| = 57 \text{ mm}, |CD| = 60 \text{ mm}, |DA| = 58,6 \text{ mm}$. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů.

17. Obsah trojúhelníku ABC je $720,9 \text{ cm}^2, b = 74 \text{ cm}, \alpha = 60^\circ$. Vypočítejte délku strany c .

18. Pozorovatel je od jednoho konce vodorovně ležícího předmětu vzdálen 5 m, od druhého 8 m a vidí ho pod zorným úhlem 60° . Jakou délku má předmět?

19. Výška mostu, který je tvořen kruhovým obloukem, je 24 metrů, rozpětí je 82 metrů. Vypočítejte poloměr oblouku mostu.

20. Vypočítejte obsah trojúhelníku ABC, ve kterém $a = 25,10 \text{ cm}, \alpha = 63^\circ, \beta = 38^\circ$.

21. Vypočítejte obsah trojúhelníku ABC, jestliže je dáno:

a) $a = 26,43 \text{ mm}$ $b = 37,56 \text{ mm}$ $c = 41,62 \text{ mm}$

b) $b = 72,5 \text{ mm}$ $c = 56,7 \text{ mm}$ $\alpha = 74^\circ 12'$

22. Obsah rovnoramenného trojúhelníku je 8 cm^2 , délka jeho ramene je 4 cm . Vypočítejte velikosti jeho vnitřních úhlů.

23. Vypočítejte obsah rovnoběžníku ABCD, jehož úhlopříčky mají délky 16 cm a 11 cm a svírají úhel 120° .

24. Určete obsah pravidelného šestiúhelníku vepsaného do kružnice s poloměrem $r = 3 \text{ cm}$.

25. Určete obsah kosodélníku ABCD, jehož úhlopříčky svírají úhel $\alpha = 60^\circ$ a mají délky $|AC| = 6 \text{ cm}$; $|BD| = 4 \text{ cm}$.

26. Vypočítejte obsah trojúhelníku ABC, je-li dáno:

a) $a = 7,3 \text{ cm}$; $b = 4,9 \text{ cm}$; $\gamma = 72^\circ$

b) $a = 15,8 \text{ cm}$; $c = 11,3 \text{ cm}$; $\beta = 40^\circ$

c) $b = 13,5 \text{ cm}$; $c = 9,2 \text{ cm}$; $\alpha = 24^\circ$

27. Určete obsah pravidelného dvanáctiúhelníku vepsaného do kružnice o poloměru $r = 2 \text{ cm}$.

28. Určete obsah rovnoramenného trojúhelníku, jehož rameno má délku 10 cm a úhel při základně má velikost 75° .

29. Určete obsah rovnoběžníku ABCD s délkami stran $a = 2 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ a úhlem $\alpha = 52^\circ$ při vrcholu A.

30. V trojúhelníku ABC určete délky stran a , c , je-li dáno: $b = 15 \text{ cm}$, $\alpha = 25^\circ$, $\gamma = 110^\circ$.

31. Určete délku strany a a velikosti úhlů α , β , je-li dáno: $b = 16,2 \text{ cm}$; $c = 23,7 \text{ cm}$; $\gamma = 53^\circ 30'$.

32. V trojúhelníku ABC určete délky zbývajících stran a velikosti zbývajících úhlů, je-li dáno:

a) $a = 4,8 \text{ cm}$; $\alpha = 36^\circ 45'$; $\gamma = 114^\circ 30'$

b) $b = 715 \text{ cm}$; $c = 540 \text{ cm}$; $\beta = 70^\circ$

c) $a = 75,6 \text{ cm}$; $c = 185 \text{ cm}$; $\gamma = 145^\circ$

33. Určete výšku na stranu c trojúhelníku ABC, je-li $b = 26 \text{ cm}$, $c = 17 \text{ cm}$, $\beta = 63^\circ$.

34. Určete poloměr kružnice opsané trojúhelníku ABC, je-li $a = 27 \text{ cm}$, $\beta = 40^\circ$, $\gamma = 63^\circ$.

35. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, jehož vrcholy jsou na hodinovém ciferníku v bodech označených čísly 12, 4, 7.

36. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li dáno: $a = 57 \text{ cm}$, $b = 49 \text{ cm}$ a $c = 38 \text{ cm}$.

37. V trojúhelníku ABC je dáno: $a = 24$, $b = 16$, $\gamma = 116^\circ 30'$. Určete délku zbývajících stran a velikosti zbývajících úhlů.

38. V trojúhelníku ABC určete délky zbývajících stran a velikosti zbývajících úhlů, je-li dáno:

a) $b = 12$, $c = 15$, $\alpha = 60^\circ$

b) $a = 23$, $b = 17$, $c = 12$

c) $a = 63$, $c = 45$, $\beta = 123^\circ$

d) $a = 6,3$, $b = 9,2$, $\gamma = 35^\circ$

39. Vypočítejte velikost největšího úhlu trojúhelníku, jehož strany mají délky 43, 57 a 50.

40. Určete velikost zorného úhlu, pod kterým pozorovatel vidí předmět 10 m dlouhý, je-li od jednoho jeho konce vzdálen 12 m a od druhého 7 m .

41. Určete délky stran trojúhelníku s vnitřními úhly 59° a 41° , je-li jeho obsah 1120 cm^2 .

42. Budova vysoká 20 m je vzdálena 40 m od břehu řeky, jejíž šířka je ze střechy této budovy vidět pod úhlem 12° . Určete šířku řeky.

43. Řešte trojúhelník, v němž znáte: $b = 11 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$, $\gamma = 73^\circ$.

44. Řešte trojúhelník, který je určen dvěma stranami a úhlem jimi sevřeným: $a = 13,2 \text{ cm}$, $b = 14,2 \text{ cm}$ a $\gamma = 67^\circ 16'$.

45. Řešte trojúhelník určený dvěma stranami a úhlem ležícím proti větší straně: $a = 18,0 \text{ cm}$, $b = 12,5 \text{ cm}$, $\alpha = 85^\circ 30'$.

46. Řešte trojúhelník, znáte-li: $a = 7 \text{ m}$, $b = 5 \text{ m}$, $c = 8 \text{ m}$. Určete obsah tohoto trojúhelníka.

47. Řešte trojúhelník, je-li dáno: $c = 59 \text{ cm}$, $\alpha = 40^\circ 30'$, $S = 1\,087 \text{ cm}^2$.

48. Řešte trojúhelník, je-li dáno: $S = 481,5 \text{ cm}^2$, $\beta = 36^\circ 12'$, $\gamma = 113^\circ 18'$.

49. V lichoběžníku ABCD je dáno: $a = 30 \text{ cm}$, $b = 13 \text{ cm}$, $c = 16 \text{ cm}$, $d = 15 \text{ cm}$. Určete velikosti vnitřních úhlů a obsah lichoběžníku.

50. V lichoběžníku ABCD je dáno: $a = 56,3 \text{ cm}$, $v = 20 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 48^\circ$. Určete délky zbývajících stran a úhlopříček tohoto lichoběžníku.

51. Vypočítejte velikost největšího úhlu trojúhelníku o stranách 79 cm , 58 cm a 37 cm .

52. V lichoběžníku ABCD je dáno: $a = 16 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$, $\alpha = 72^\circ 19'$, $\beta = 83^\circ 25'$. Vypočítejte velikosti ostatních stran a úhlů lichoběžníku.

53. Vypočítejte obvod a obsah rovnoběžníku, jsou-li dány velikosti jeho úhlopříček $e = 7 \text{ cm}$, $f = 5 \text{ cm}$ a úhlu jimi sevřeného $\epsilon = 75^\circ 34'$.

54. Vypočítejte velikosti zbývajících stran a vnitřních úhlů rovnoramenného trojúhelníku, je-li dáno:

a) rameno $b = 12 \text{ cm}$, $S = 42 \text{ cm}^2$

b) poloměr kružnice trojúhelníku vepsané $q = 2 \text{ cm}$, výška na základnu $v = 8 \text{ cm}$.

c) poloměr kružnice trojúhelníku vepsané $q = 1,5 \text{ cm}$, základna $a = 8 \text{ cm}$.

55. Dvě přímé cesty se kříží v úhlu o velikosti $\alpha = 53^\circ 30'$; na jedné cestě stojí dva sloupy, jeden na křižovatce, druhý ve vzdálenosti 500 m od ní. Jak daleko musíme jít od křižovatky po druhé cestě, aby z našeho stanoviště bylo vidět úsečku omezenou sloupy pod úhlem o velikosti $\beta = 15^\circ$?

56. V jak velkém zorném úhlu se jeví tyč 7 m dlouhá pozorovateli, který je od jednoho konce tyče vzdálen 5 m , od druhého 8 m ?

57. Na vrcholu kopce stojí rozhledna 30 m vysoká. Její patu a vrchol vidíme z určitého místa v údolí pod výškovými úhly o velikostech $\alpha = 28^\circ 30'$, $\beta = 30^\circ 40'$. Jak vysoko je vrchol kopce nad horizontální rovinou pozorovacího místa?

58. Známe tři údaje o trojúhelníku ABC; na jejich základě vypočítejte velikosti zbývajících stran a vnitřních úhlů trojúhelníka:

a) $v_a = 35 \text{ cm}$, $\gamma = 38^\circ$, $\beta = 76^\circ$

b) $v_b = 19 \text{ cm}$, $\gamma = 42^\circ 20'$, $\beta = 83^\circ 40'$

c) $v_c = 28 \text{ cm}$, $\alpha = 51^\circ 19'$, $\beta = 67^\circ 38'$

d) $c = 18 \text{ cm}$, $v_c = 16 \text{ cm}$, $\beta = 16^\circ 20'$

- e) $a = 5\text{cm}, v_a = 2,7\text{cm}, \gamma = 52^\circ$
- f) $a = 7\text{cm}, \alpha = 40^\circ 25', v_c = 4,2\text{cm}$
- g) $v_a = 76,3\text{cm}, v_b = 85,8\text{cm}, \gamma = 63^\circ 38'$
- h) $a = 32,5\text{cm}, c = 47,3\text{cm}, v_c = 26,8\text{cm}$
- i) $a = 60\text{cm}, v_a = 56\text{cm}, t_a = 75\text{cm}$
- j) $c = 10\text{m}, t_c = 10\text{m}, \alpha = 57^\circ$
- k) $c = 10\text{m}, \beta = 132^\circ, t_a = 17,7\text{m}$
- l) $a = 8,4\text{m}, \beta = 105^\circ 35', t_a = 12,5\text{m}$
- m) $a = 50\text{m}, t_a = 45\text{m}, t_b = 36\text{m}$
- n) $r = 5\text{m}, a = 7\text{m}, \beta = 68^\circ 25'$
- o) $r = 14\text{m}, a = 20\text{m}, \gamma = 72^\circ$
- p) $r = 10\text{m}, b = 16\text{m}, \alpha = 35^\circ$
- q) $q = 5\text{cm}, \alpha = 22^\circ 37', \beta = 39^\circ 18'$
- r) $a = 52\text{cm}, v_b = 31,2\text{cm}, S = 330\text{cm}^2$
- s) $b = 6\text{cm}, c = 8\text{cm}, S = 12\text{cm}^2$
- t) $a = 46\text{cm}, \alpha = 35^\circ, S = 1\,537\text{cm}^2$

59. Určete velikosti vnitřních úhlů pravoúhlého trojúhelníku, je-li délka jedné odvěsny aritmetickým průměrem délky druhé odvěsny a délky přepony.

60. Určete velikosti úhlů v pravoúhlém trojúhelníku, jehož výška jej dělí ve dvě části s obsahy v poměru 1:5.

61. Vypočítejte vnitřní úhly trojúhelníka, ve kterém platí: a) $a:b = 3:4$ a $\beta = 73^\circ 10'$ b) $a:c = 2:3$ a $\alpha = 37^\circ 25'$

62. Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC, je-li dáno:

- a) $a = 37\text{ cm}, \alpha = 44^\circ 10', \beta = 33^\circ 16'$
- b) $a = 44\text{ cm}, \gamma = 100^\circ 10', \beta = 71^\circ 11'$
- c) $b = 38\text{ cm}, \alpha = 14^\circ 14', \gamma = 74^\circ 15'$
- d) $c = 48,5\text{ cm}, \gamma = 55^\circ 49', \alpha = 72^\circ 28'$

63. Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC, je-li dáno:

- a) $a = 13,8\text{ cm}, b = 14,4\text{cm}, \beta = 72^\circ 10'$
- b) $b = 5,4\text{ cm}, c = 6,8\text{ cm}, \beta = 24^\circ 11'$
- c) $a = 15,4\text{ cm}, c = 13,8\text{ cm}, \gamma = 66^\circ 21'$
- d) $a = 77,5\text{ cm}, b = 44,6\text{ cm}, \alpha = 100^\circ 25'$

64. Řešte trojúhelník ABC, je-li dáno:

- a) $a = 5,2\text{ cm}, b = 6,4\text{ cm}, c = 14,8\text{ cm}$
- b) $a = 9,4\text{ cm}, b = 10,7\text{ cm}, c = 13,3\text{ cm}$
- c) $a = 48\text{ cm}, b = 36\text{ cm}, c = 14\text{ cm}$
- d) $a = 32,5\text{ cm}, b = 33,6\text{ cm}, c = 34,7\text{ cm}$

65. Řešte trojúhelník ABC, je-li dáno:

- a) $a = 15,3\text{ cm}, b = 17,9\text{ cm}, \gamma = 101^\circ 19'$
- b) $a = 38\text{ m}, c = 44\text{ m}, \beta = 90^\circ 40'$
- c) $b = 33,7\text{ cm}, c = 44,8\text{ cm}, \alpha = 33^\circ 33'$

66. V trojúhelníku ABC vypočítejte výšku v_c , je-li dáno:

- a) $a = 5,8\text{ cm}, b = 10,3\text{ cm}, c = 8,8\text{ cm}$
- b) $a = 15,4\text{ cm}, b = 25,8\text{ cm}, \beta = 68^\circ 20'$
- c) $c = 33,5\text{ cm}, b = 32,8\text{ cm}, \gamma = 88^\circ 11'$
- d) $a = 39,5\text{ cm}, c = 44,8\text{ cm}, \alpha = 28^\circ 29'$

67. Řešte trojúhelník ABC, ve kterém je dáno:

- a) $v_a = 35, \gamma = 38^\circ, \beta = 66^\circ$
- b) $a = 5, v_a = 2,7, \gamma = 52^\circ$
- c) $c = 28, v_c = 22, \beta = 18$
- d) $a = 52,8; c = 63,4; v_c = 49,2$

68. Vypočítejte největší úhel trojúhelníku o stranách 75, 59 a 44.

69. V rovnoběžníku o stranách $a = 190\text{ cm}, b = 250\text{cm}$ a úhlu $\alpha = 75^\circ$ vypočítejte délky úhlopříček.

70. Vypočítejte strany a, b rovnoběžníku, ve kterém jsou dány úhlopříčky $u_1 = 26\text{ cm}, u_2 = 33\text{ cm}$ a úhel úhlopříček je $66^\circ 18'$.

71. V jakém zorném úhlu se jeví tyč 9m dlouhá pozorovateli, který je od jednoho konce tyče vzdálen 6m a od druhého 7m?

72. Těsně na břehu řeky stojí budova, z jejíchž dvou oken nad sebou položených ve výškovém rozdílu 12m je vidět bod na protějším břehu řeky v hloubkových úhlech $\alpha = 10^\circ 21'$ a $\beta = 4^\circ 59'$. Vypočítejte šířku řeky.

73. Pozorovatel vidí patu věže 69m vysoké v hloubkovém úhlu $\alpha = 30^\circ 10'$ a vrchol v hloubkovém úhlu $\beta = 20^\circ 50'$. Jak vysoko je pozorovatelovo stanoviště nad horizontální rovinou, na níž věž stojí?

74. V trojúhelníku ABC je dáno: a) $c = 10; \alpha = \frac{\pi}{6}; \beta = \frac{\pi}{12}$ b) $c = 4; \alpha = \frac{\pi}{6}; \beta = \frac{\pi}{3}$. Určete velikost strany a .

75. Určete obsah trojúhelníku, ve kterém je dáno:

- a) $a = 13\text{ cm}, b = 16\text{ cm}, \gamma = 58^\circ 10'$
- b) $a = 19\text{ cm}, c = 22\text{ cm}, \beta = 38^\circ 25'$
- c) $b = 14,4\text{ cm}, c = 74,8\text{ cm}, \alpha = 101^\circ 25'$
- d) $a = 3, b = 4, \gamma = 90^\circ$

76. Určete obsah trojúhelníku, je-li dáno:

- a) $a = 38 \text{ cm}$, $\beta = 66^\circ 11'$, $\gamma = 75^\circ 13'$
- b) $b = 74 \text{ cm}$, $\beta = 58^\circ 14'$, $\gamma = 92^\circ 11'$
- c) $c = 102 \text{ m}$, $\alpha = 38^\circ 10'$, $\beta = 75^\circ 16'$
- d) $c = 9,8 \text{ cm}$, $\gamma = 120^\circ 10'$, $\beta = 3^\circ 17'$

77. Rovnoběžník o stranách $a = 58 \text{ cm}$, $b = 46 \text{ cm}$ má plošný obsah $S = 800 \text{ cm}^2$. Určete délky úhlopříček.

78. Určete obsah trojúhelníku, je-li dáno:

- a) $a = 15,4 \text{ cm}$, $b = 19,9 \text{ cm}$, $c = 25,7 \text{ cm}$
- b) $a = 14$, $b = 20$, $c = 7$

79. Určete plošný obsah trojúhelníku, poloměr q kružnice vepsané, poloměr r kružnice opsané a vnitřní úhly trojúhelníka, je-li dáno:

- a) $a = 14 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$, $c = 19 \text{ cm}$
- b) $a = 34 \text{ cm}$, $b = 36 \text{ cm}$, $c = 26 \text{ cm}$
- c) $a = 11,8 \text{ cm}$, $b = 38,4 \text{ cm}$, $\gamma = 111^\circ 45'$
- d) $b = 4 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 59^\circ 49'$

80*. Určete obsah S trojúhelníku ABC, je-li poloměr kružnice vepsané $q = 45 \text{ cm}$, $\alpha = 48^\circ$ a $\beta = 62^\circ$.

Řešení:

1. a) $a = 46,88 \text{ cm}$; $c = 5,66 \text{ cm}$; $\beta = 103^\circ 50'$ b) $\alpha = 28^\circ 6'$; $b = 332,8 \text{ mm}$; $c = 398,1 \text{ mm}$ c) $\beta = 30^\circ$; $\alpha = 105^\circ$, $a = 48,3 \text{ cm}$;
d) 2 řešení: $c_1 = 63 \text{ cm}$; $\beta_1 = 49^\circ 29'$; $\gamma_1 = 93^\circ 31'$; $c_2 = 13,6 \text{ cm}$; $\beta_2 = 130^\circ 31'$; $\gamma_2 = 12^\circ 29'$. e) nemá řešení.
2. $a = 2 \text{ cm}$...trojúhelník neexistuje, $a = 4 \text{ cm}$...jediný pravoúhlý trojúhelník: $\beta = 90^\circ$; $a = 6 \text{ cm}$...2 trojúhelníky: $\beta_1 = 41^\circ 45'$,
 $\beta_2 = 138^\circ 15'$; $a = 8 \text{ cm}$...jediný (rovnoramenný) trojúhelník: $\beta = 30^\circ$; $a = 10 \text{ cm}$...jediný trojúhelník: $\beta = 23^\circ 26'$.
3. a) $\alpha = 41^\circ 25'$ $\beta = 82^\circ 50'$ $\gamma = 55^\circ 45'$ b) $\alpha = 30^\circ$ $\beta = 50^\circ$ $\gamma = 100^\circ$ 4. $\alpha = 32^\circ 28'$ $\beta = 21^\circ 20'$ $b = 77,13 \text{ mm}$;
5. a) $\alpha = 44^\circ 25'$ $\beta = 57^\circ 07'$ $\gamma = 78^\circ 28'$ b) $\alpha = 45^\circ 20'$ $\beta = 74^\circ 40'$ $c = 15,1 \text{ cm}$ c) $a = 49,04 \text{ mm}$; $\beta = 107^\circ 22'$ $\gamma = 25^\circ 38'$
6. $75^\circ 10'$ 7. $r = 13,8 \text{ cm}$ 8. Vzdálenost míst A,B je $1\,633 \text{ m}$. 9. Šířka řeky je $43,5 \text{ m}$. 10. Vzdálenost činí $2\,600 \text{ metrů}$.
11. Věž je vysoká $82,1 \text{ metrů}$. 12. Mrak je ve výšce $4,5 \text{ km}$. 13. Vrchol hory je vysoký 272 metrů . 14. $\gamma = 40^\circ 22'$
15. $44,2 \text{ cm}$; $31,7 \text{ cm}$ 16. $\alpha = 76^\circ 35'$ $\beta = 90^\circ$ $\gamma = 90^\circ$ $\delta = 103^\circ 25'$ 17. $c = 22,5 \text{ cm}$ 18. 7 metrů 19. Poloměr oblouku je 47 m .
20. Obsah trojúhelníku ABC je $213,6 \text{ cm}^2$. 21. a) $S = 487,3 \text{ mm}^2$ b) $S = 1977,7 \text{ mm}^2$ 22. 90° , 45° , 45° 23. $S = 76,2 \text{ cm}^2$.
24. Obsah je $13,5 \cdot \sqrt{3} = 23,38 \text{ cm}^2$. 25. $S = 6 \cdot \sqrt{3} = 10,4 \text{ cm}^2$. 26. a) $S = 17,0 \text{ cm}^2$ b) $S = 57,4 \text{ cm}^2$ c) $S = 25,3 \text{ cm}^2$
27. $S = 12 \text{ cm}^2$ 28. $S = 25 \text{ cm}^2$ 29. $S = 10 \cdot \sin 52^\circ = 7,88 \text{ cm}^2$ 30. $a = 9 \text{ cm}$, $c = 20 \text{ cm}$ 31. $a = 29,5 \text{ cm}$; $\alpha = 92^\circ 13'$;
 $\beta = 34^\circ 17'$ 32. a) $\beta = 28^\circ 45'$; $b = 3,9 \text{ cm}$; $c = 7,3 \text{ cm}$ b) $\alpha = 64^\circ 47'$, $\gamma = 45^\circ 13'$; $a = 688 \text{ cm}$ c) $\alpha = 13^\circ 33'$ $\beta = 21^\circ 27'$
 $b = 118 \text{ cm}$ 33. $v_c = 25,7 \text{ cm}$ 34. $r = 13,9 \text{ cm}$ 35. 45° , 75° ; 60° 36. $\alpha = 80^\circ 48'$ $\beta = 58^\circ 03'$ $\gamma = 41^\circ 09'$ 37. $c = 34,3$;
 $\alpha = 38^\circ 46'$ $\beta = 24^\circ 44'$ 38. a) $a = 13,7$ $\beta = 49^\circ 20'$ $\gamma = 70^\circ 40'$ b) $\alpha = 103^\circ 37'$ $\beta = 45^\circ 55'$ $\gamma = 30^\circ 28'$ c) $b = 95,3$ $\alpha = 33^\circ 40'$
 $\gamma = 23^\circ 20'$ d) $c = 5,4$ $\alpha = 42^\circ$ $\beta = 103^\circ$ 39. $\varphi = 75^\circ 11'$ 40. $\varphi = 56^\circ 23'$ 41. Přibližné délky stran: $62,6 \text{ cm}$ $54,5 \text{ cm}$ a $41,7 \text{ cm}$.
42. Šířka řeky je přibližně 37 metrů . 43. $\beta = 47^\circ$ $a = 13 \text{ m}$, $c = 14 \text{ m}$ 44. $c = 15,2 \text{ cm}$ $\alpha = 53^\circ 13'$ $\beta = 67^\circ 16'$
45. $\beta = 43^\circ 49'$ $\gamma = 50^\circ 41'$ $c = 14 \text{ cm}$ 46. $S = 17,3 \text{ m}^2$ 47. $b = 56,7 \text{ cm}$, $a = 40,1 \text{ cm}$, $\gamma = 72^\circ 51'$, $\beta = 66^\circ 40'$ 48. $\alpha = 30^\circ 30'$,
 $a = 30 \text{ cm}$, $b = 34,9 \text{ cm}$, $c = 36^\circ 12'$ 49. $\alpha = 53^\circ 08'$ $\beta = 67^\circ 23'$ $\gamma = 112^\circ 37'$ $\delta = 126^\circ 52'$, $v = 12 \text{ cm}$, $S = 276 \text{ cm}^2$
50. $b = 26,9 \text{ cm}$, $c = 26,7 \text{ cm}$, $d = 23,1 \text{ cm}$, $e = 43,2 \text{ cm}$, $f = 49 \text{ cm}$ 51. $110^\circ 34'$ 52. $b = 9,3 \text{ cm}$, $d = 9,7 \text{ cm}$ $\gamma = 96^\circ 35'$
 $\delta = 107^\circ 41'$. 53. $o = 17,20 \text{ cm}$, $S = 16,95 \text{ cm}^2$ 54. a) dvě řešení: $72^\circ 10'$, $35^\circ 41'$, $7,35 \text{ cm}$; $17^\circ 45'$, $144^\circ 19'$, $22,88 \text{ cm}$.
b) $a = 5,7 \text{ cm}$, $b = 8,5 \text{ cm}$, $\alpha = 70^\circ 32'$ $\gamma = 38^\circ 56'$ c) $b = 5,3 \text{ cm}$, $\alpha = 41^\circ 08'$ $\gamma = 97^\circ 44'$ 55. Dvě řešení: $1\,797,4 \text{ m}$ a $1\,202,9 \text{ m}$
56. přibližně 60° 57. přibližně $325,7 \text{ m}$ 58. a) $\alpha = 66^\circ$, $a = 53,5 \text{ cm}$, $b = 56,9 \text{ cm}$, $c = 36,1 \text{ cm}$ b) $\alpha = 54^\circ$, $a = 28,2 \text{ cm}$,
 $b = 34,7 \text{ cm}$, $c = 23,5 \text{ cm}$ c) $\gamma = 61^\circ$, $a = 30,3 \text{ cm}$, $b = 35,9 \text{ cm}$, $c = 33,9 \text{ cm}$ d) $a = 56,9 \text{ cm}$, $b = 39,9 \text{ cm}$, $\alpha = 156^\circ 23'$, $\gamma = 7^\circ 17'$
e) $b = 3,4 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 85^\circ$, $\beta = 43^\circ$ f) $b = 6,5 \text{ cm}$, $c = 10,5 \text{ cm}$. $\beta = 36^\circ 52'$, $\gamma = 102^\circ 43'$ g) $a = 95,8 \text{ cm}$, $b = 85,2 \text{ cm}$,
 $c = 95,8 \text{ cm}$, $\alpha = 63^\circ 35'$, $\beta = 52^\circ 47'$ h) $b = 39,4 \text{ cm}$, $\alpha = 42^\circ 49'$, $\beta = 55^\circ 33'$, $\gamma = 81^\circ 38'$ i) $b = 59,4 \text{ cm}$, $c = 97,5 \text{ cm}$, $\alpha = 35^\circ 28'$,
 $\beta = 35^\circ 02'$, $\gamma = 109^\circ 30'$ j) $b = 11,8 \text{ m}$, $a = 10,5 \text{ m}$, $\gamma = 53^\circ$, $\beta = 70^\circ$ k) $a = 18,5 \text{ m}$, $b = 27 \text{ m}$, $\alpha = 31^\circ$, $\gamma = 17^\circ$ l) $b = 15,3 \text{ m}$,
 $c = 10,7 \text{ m}$, $\alpha = 32^\circ$, $\gamma = 42^\circ 26'$ m) $b = 58,9 \text{ m}$, $c = 42,8 \text{ m}$, $\alpha = 56^\circ 14'$, $\beta = 78^\circ 25'$, $\gamma = 45^\circ 21'$ n) $b = 9,09 \text{ m}$, $c = 9,22 \text{ m}$,
 $\alpha = 44^\circ 26'$, $\gamma = 67^\circ 09'$ o) $b = 24,8 \text{ m}$, $c = 26,6 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ 35'$, $\beta = 62^\circ 25'$ p) $a = 11,4 \text{ m}$, pro ostatní velikosti dvě řešení:
 $c_1 = 19,9 \text{ m}$, $\beta_1 = 53^\circ 08'$, $\gamma_1 = 91^\circ 52'$, $c_2 = 6,22 \text{ m}$, $\beta_2 = 126^\circ 52'$, $\gamma_2 = 18^\circ 08'$ q) $\gamma = 118^\circ 05'$, $a = 17 \text{ cm}$, $b = 28 \text{ cm}$, $c = 39 \text{ cm}$
r) $b = 21,2 \text{ cm}$, $c = 37,2 \text{ cm}$, $\alpha = 123^\circ 14'$, $\beta = 19^\circ 54'$, $\gamma = 36^\circ 52'$ s) dvě řešení: $a_1 = 4,1 \text{ cm}$, $\alpha_1 = 30^\circ$, $\beta_1 = 47^\circ$, $\gamma_1 = 103^\circ$;
 $a_2 = 13,5 \text{ cm}$, $\alpha_2 = 150^\circ$, $\beta_2 = 12^\circ 50'$, $\gamma_2 = 17^\circ 10'$ t) $b = 80,2 \text{ cm}$, $c = 67 \text{ cm}$, $\beta = 88^\circ 30'$, $\gamma = 56^\circ 30'$ 59. $53^\circ 08'$
60. $65^\circ 54'$, $24^\circ 06'$ 61. a) $\alpha = 45^\circ 53'$, $\gamma = 60^\circ 57'$ b) $\gamma = 65^\circ 42'$ $\beta = 76^\circ 53'$ 62. a) $\gamma = 102^\circ 34'$ $b = 29,1294 \text{ cm}$,
 $c = 51,83167 \text{ cm}$ b) $\alpha = 8^\circ 39'$, $b = 276,92125 \text{ cm}$ $c = 287,96322 \text{ cm}$ c) $\beta = 91^\circ 31'$ $a = 9,346385 \text{ cm}$, $c = 36,58611 \text{ cm}$
d) $\beta = 51^\circ 43'$, $a = 55,90463 \text{ cm}$, $b = 46,02076 \text{ cm}$ 63. a) $\alpha = 65^\circ 49'$, $\gamma = 42^\circ 1'$, $c = 9,70321 \text{ cm}$ b) $\gamma = 31^\circ 3'$, $\alpha = 124^\circ 46'$,
 $a = 10,82855 \text{ cm}$ c) nemá řešení d) $\beta = 34^\circ 28'$, $\gamma = 45^\circ 7'$, $c = 55,83243 \text{ cm}$ 64. a) nemá řešení b) $\alpha = 44^\circ 30'$, $\beta = 52^\circ 55'$,
 $\gamma = 82^\circ 35'$ c) $\alpha = 143^\circ 40'$, $\beta = 26^\circ 23'$, $\gamma = 9^\circ 57'$ d) $\alpha = 56^\circ 48'$, $\beta = 59^\circ 54'$, $\gamma = 63^\circ 18'$ 65. a) $c = 25,72905 \text{ cm}$, $\alpha = 35^\circ 40'$,
 $\beta = 43^\circ 1'$ b) $b = 58,47143 \text{ cm}$, $\alpha = 40^\circ 32'$, $\gamma = 48^\circ 48'$ c) $a = 25,025 \text{ cm}$, $\beta = 48^\circ 6'$, $\gamma = 98^\circ 21'$ 66. a) $v_c = 5,79307 \text{ cm}$
b) $v_c = 14,31195 \text{ cm}$ c) $v_c = 7,759 \text{ cm}$ d) $v_c = 34,62518 \text{ cm}$ 67. a) $\alpha = 76^\circ$, $a = 60,38096$, $b = 56,84942$, $c = 38,31227$
b) $b = 3,42635$, $c = 3,9554$, $\beta = 43^\circ 3'$, $\alpha = 84^\circ 57'$ c) nemá řešení d) $\alpha = 48^\circ 2'$, $\beta = 68^\circ 43'$, $\gamma = 63^\circ 15'$, $b = 66,16896$
68. $92^\circ 18'$ 69. $u_1 = 272,05182 \text{ cm}$ $u_2 = 350,98121 \text{ cm}$ 70. $a = 24,77268 \text{ cm}$ $b = 16,39556 \text{ cm}$ 71. Zorný úhel je $87^\circ 16'$
72. $125,7 \text{ metrů}$ 73. $199,8 \text{ metrů}$ 74. a) $a = 7,071$ b) $a = 2$ 75. a) $S = 88,357 \text{ cm}^2$ b) $S = 129,8675 \text{ cm}^2$
c) $S = 527,90386 \text{ cm}^2$ d) $S = 6$ 76. a) $S = 1023,6774 \text{ cm}^2$ b) $S = 1588,7325 \text{ cm}^2$ c) $S = 3388,34516 \text{ cm}^2$
d) $S = 2,65421 \text{ cm}^2$ 77. $u_1 = 19,7375 \text{ cm}$; $u_2 = 102,81261 \text{ cm}$ 78. a) $S = 153,0777 \text{ cm}^2$ b) $S = 29,99062$
79. a) $S = 114,8912529 \text{ cm}^2$, $\rho = 4,59565 \text{ cm}$ $r = 9,8397395 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ 21'$ $\beta = 59^\circ 45'$ $\gamma = 74^\circ 54'$ b) $S = 421,1982906 \text{ cm}^2$,
 $\rho = 8,774964 \text{ cm}$, $r = 18,88896 \text{ cm}$, $\alpha = 64^\circ 10'$ $\beta = 72^\circ 21'$ $\gamma = 43^\circ 29'$ c) $S = 210,4311 \text{ cm}^2$, $\rho = 4,460439 \text{ cm}$,
 $r = 23,76936859 \text{ cm}$, $\alpha = 14^\circ 22'$ $\beta = 53^\circ 53'$ d) $S = 13,83073741 \text{ cm}^2$, $\rho = 1,462378 \text{ cm}$, $r = 4 \text{ cm}$, $\beta = 30^\circ$ $\gamma = 90^\circ 11'$
80. $S = 10\,810,4 \text{ cm}^2$